D. Ioh. Iac. Kohlhaas, geb. d. 19. Oct. 1747.
zu Marggröningen im H. Würtemb.

Anleitung

zur

Bildung ächter Wundärzte,

von

D. Johann Jacob Kohlhaas.

Erster Band.

Reine Mathematik.

Nebst Kupfertafeln.

Regensburg
im Keyserischen Verlag
1784.

Staatl. Bibliothek
Regensburg

Den
P. T.
Herren
Präsidenten
Vicepräsidenten
und
Director
der churfürstlich bairischen Gesellschaft
sittlich= und landwirthschaftlicher
Wissenschaften
zu
Burghausen
widmet
diese Anleitung zur Bildung ächter
Wundärzte
der
Verfasser,
Mitglied dieser Gesellschaft.

Vorrede.

Der Anfang meiner Anleitung zur Bildung ächter Wundärzte erscheint nun vor den Augen des lesenden und kunstrichterlichen Publicums. Seit der Ausbreitung meiner Ankündigung hat es, wie es bey einer jeden guten Sache zu geschehen pflegt, an Urtheilen verschiedener Art nicht gemangelt. Es haben aber Männer von Ansehen, Kunst und wahren Verdiensten mich theils zur Ausführung meines Vorhabens selbst schriftlich aufgefordert, theils auffordern lassen; eine zu meinem Unternehmen hinlängliche Anzahl Subscriptionen hat mich noch mehr dazu ermuntert; und meine preißwürdige hohe Obrigkeit hat durch den öffentlich geschenkten, mir so verehrlichen Beyfall meinem Trieb zur Vollbringung meiner Absicht eine solche Richtung gegeben, daß ich Bedenklichkeiten, Schwürigkeiten, und schiefe Critik für den allergeringsten Gegenstand hielt, und dasjenige zu unternehmen wagte, was mich zwar

schwer, aber doch nicht ganz unmöglich deuchte.

Da ich mich sowohl in meiner Ankündigung bereits erklärt habe, als auch in einer eigenen Zuschrift an meine Zuhörer über meinen wissenschaftlichen Plan näher erkläre, so bleibt mir in der eigentlichen Vorrede zu sagen wenig übrig; doch, diß Wenige darf ich nicht vorenthalten.

Zur Schande unsers medicinischen Zeitalters muß ich es sagen, daß es noch immer Aerzte gibt, die es für eine Art von Verbrechen halten, wenn man die Wundärzte klüger machen will, als der gröste Theil derselben, nach der bisher gewöhnlichen Erziehung, ist und seyn kann.

Noch immer gibt es Aerzte, die es für unzeitigen Eifer ansehen, wenn man die heranwachsende chirurgische Jugend durch richtige Grundsätze der Tummheit entreissen, und auf so wichtige Pflichten, deren gründliche Erfüllung nicht allein von einem gebesserten Herzen, sondern gesunden Unterricht abhängt, aufmerksam machen will.

Noch

Noch immer gibt es Aerzte, die, weil sie glauben, "mit der Bildung eines brauchbaren Wundarztes sey die Bildung zum medicinischen Pfuscher genau verbunden, „nicht nur jene nicht fördern, sondern wohl gar zu unterdrücken suchen, damit nur ihre Privatsache, sie heisse nun Eigennutz, Herrschsucht oder Stolz nicht geschmälert werden möge.

Trauriges Schiksal für die Aufnahme der Kunst!

So lang nicht Obrigkeiten und Aerzte in grossen und kleinen Städten gemeinschaftliche Hülfe leisten; so lang es Mode ist, chirurgische Lehrlinge zu den niedrigsten Arbeiten anzuhalten; so lang noch würklich erfahrne Wundärzte vor dem Krankenbett heruntergesezt, denkende Männer zu Knechten und Sclaven gemacht werden; so lang diese den Gedanken hegen müssen: „Was nüzt mich mein Fleiß, Kosten und Zeitverlust, wenn ich nicht unterstüzt, nicht aufgemuntert werde? lieber lasse ich das fernere Studiren

fahren, und folge blindlings dem Willen des gebieterischen Arztes, es gehe auch, wie es wolle", so lange wirds in den meisten Gegenden Nacht bleiben, so lang wirds noch chirurgische Pfuscher unter den Wundärzten geben.

Was aber die medicinische Pfuscherey der Wundärzte betrift, so ist sie beynahe zum nothwendigen Uebel geworden. Sie hat vor mir Vorschub gefunden, wird ihn nach mir finden, und jedes Zeitalter wird die Klage führen: **Wenn nur nicht so viel Pfuscher wären!**

Aber, doch ein paar Worte im Ernst hievon! Wenn es wahr ist, daß Aerzte und Wundärzte die Gebrechen des menschlichen Körpers heilen sollen, so muß es auch wahr seyn, daß sie gleiche Wissenschaften zu erlernen haben, und nur in der Ausübung derselben voneinander unterschieden sind. So, wie ein brauchbarer Arzt wenigstens theoretischer Wundarzt seyn muß, so muß ein brauchbarer Wundarzt wenigstens so viel medicinische, theoretische Kenntnisse besitzen, als er bey der Ausübung seiner Kunst täglich nöthig

nöthig hat. In dieser Rücksicht, wenn er mit den Gränzen der Medicin nicht zufrieden ist, wenn er sich tiefer ins Heiligthum hinein wagt, ist ihm freylich der nächste Weg zur medicinischen Pfuscherey offen. Allein, hier sind zween Fälle; entweder betritt er diesen Weg in der Stadt, oder auf dem Land. Ist das erste, so kann ihn eine gute medicinische Policey auf die Finger klopfen, und in gehörige Schranken zurück weisen. Ist das andere, nemlich auf dem Land, wo kein Arzt ist, wo so viel unschuldig Blut aus entsetzlicher Unwissenheit, und kühntoller Dreustigkeit vergossen wird, wo es verjährte Gewohnheit und Recht worden ist, zu allererst zum Bader zu laufen, so frage ich alle Bidermänner auf ihr Gewissen, ob es nicht rechtschaffener gehandelt sey, eben solchen Landwundärzten durch guten Unterricht den rechten Weg zu zeigen, als Sie u. ihre Kranke, über deren Leben sie noch immer zum Herrn gesetzt werden, dem Gerathewohl zu überlassen.

Ob aber benannte Landwundärzte meine Anleitung werden gebrauchen können, wird der Erfolg lehren. Die erstern Stücke meiner Schrift werden freylich den Meisten nichts, als

Worte und Schall seyn; allein, da es mir hauptsächlich um die Bildung der Jungen und Gesellen dieser Leute zu thun ist, damit ein guter Same auf die Folge keimen möchte, und damit eben diese Zöglinge nicht leichtsinnig von ihrem Beruf urtheilen, so sollen sie doch überzeugt werden, wie viel dazu gehöre, ein ächter Wundarzt zu werden. Fällt es ihnen schwer, zumal Mathematick und Philosophie zu begreiffen, so wird sich wohl in allen Gegenden wenigstens ein Mann, ein menschenfreundlicher Priester finden, der ihnen nach meiner gegebenen Anweisung forthilft.

Nur noch einige Berichtigungen, meine Arbeit betreffend!

In gegenwärtigen zwey ersten Stücken meiner Schrift hab ich des berühmten Herrn Hofrath Kästners Anfangsgründe der Arithmetik und Geometrie zum Grund gelegt, und als Leitfaden gebraucht; hab hin und wieder die Schriften der Herren von Wolff, und Clemm benüzt, bin aber in der Lehre von den Körpern dem Herrn Prof. Ebert vorzüglich gefolgt. Herrn Prof. Voitus vortreflichen Reden an die jun-

jungen Wundärzte hat meine Zuschrift manche lebhafte Ideen zu verdanken.

Ich versprach blosse Auszüge; ob ich nun diß oder noch mehr leiste, und ob meine Arbeit als Lehrbuch taugen werde, überlasse ich der Entscheidung Einsichtsvollerer Männer, deren Beyfall oder sanftbelehrenden Tadel ich dankbar erkennen, und mir zu Nutzen machen werde.

Habe ich Manchem zuviel gesagt, so bitte ich zu bedenken, daß ich nicht mit meinen Zuhörern allein, sondern größtentheils mit auswärtigen Lesern zu thun habe, die, wenn Sie nicht gleich einen Lehrmeister finden, bey natürlicher guter Anlage sich in vielen Stücken selbst helfen sollen; hab ich aber zu viele Lücken gelassen, so denke man, daß ich für Jünglinge schreibe, denen ein weitläufigerer Vortrag Abneigung machen würde. Soviel glaube ich immer, daß junge Wundärzte Hauptwahrheiten aus meiner Schrift werden lernen, und dadurch in den Stand kommen können, sich durch eigenen Fleiß, wenn ihre Wißbegierde wächst, weiter fortzuhelfen.

Da

Da mich die Art meiner Arbeit, meine übrigen Geschäfte, und andere Dinge, nicht immer von 3 Monaten zu 3 Monaten mein Wort werden halten lassen, so will ich alle halbe Jahr, nemlich zu Ostern und Michaelis, jedesmal 2 Stücke auf einmal liefern, und wenn mir Gott Gesundheit und Kräfte erhält, und meine Bemühungen nicht fruchtloß sind, biß zur Vollendung meiner Absicht fortfahren.

Um in der Mathematik deutlicher zu seyn, hab ich Kupfertafeln beygefügt, und zu Ende eines jeden Bands werde ich, ausser dem versprochenen Register, ein deutsch-lateinisches, und lateinisch-deutsches Wörterbuch nebst ein und anderer kleinen Bequemlichkeit für den Leser beylegen.

Die Kupfer sind aus oben angeführten Quellen entlehnt, und nur hin und wieder kleine Aenderungen gemacht worden.

Die Schriften, welche ich benütze, werde ich jedesmal zu Ende eines Bandes ausführlich anzeigen.

Regensburg, den 20. April
1784.

der Verfasser.

I.
Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Rechenkunst.
2. Geometrie.

Einleitung
in die Mathematik überhaupt.

§. 1. Schon in den ältesten Zeiten gab es, besonders unter den Egyptern, Leute, die sich mit Ausmessung der Felder, Länder und anderer Gegenstände beschäftigten, und die ersten Gründe der **Geometrie** ausdachten. Die Griechen brachten diese Versuche in ein System und gaben ihm Vorzugsweise den Namen **Mathesis** (**Mathematik**), welches in ihrer Sprache soviel, als **Wissenschaft**, bedeutet.

§. 2. Die **Mathematik** ist zwar weder die einzige, noch die vornehmste Wissenschaft; sie bringt aber, wenn man sie als Vorbereitung zu andern Wissenschaften treibt, einen reellen und bleibenden Nutzen. Sie heitert den Kopf auf, fördert und gründet die Ordnung im Denken, übt die Aufmerksamkeit, erweckt deutliche Begriffe, und bringt die Fähigkeit, neue Wahrheiten zu erfinden, zu einer höhern Stufe. Wer in den übrigen gelehrten Wissenschaften, worunter auch die **Wundarzneykunst** gehört, bald weiter kommen will, lerne zuvor **Mathematik!**

§. 3. **Mathematik**, im wesentlichen Verstand, ist eine **Wissenschaft der Grössen**.

§. 4. Eine **Grösse** heißt, was einer **Vermehrung** oder **Verminderung** fähig ist. Diese Eigenschaft also unterscheidet Dinge, bey denen man sonst nichts Unterschiedenes betrachtet, z. E. eine Menge Ducaten von einer andern, die alle einerley Gepräge und Gewicht haben.

§. 5. Wie groß ein Ding sey, entdeckt uns entweder die unmittelbare Vorstellung, die wir von dem Ding selbst haben, oder die Vergleichung mit einer andern bekannten Grösse. Wer eine Meile gereiset ist, hat einen Begriff von der **Länge des Wegs**, den man so nennt, durch die Empfindung erhalten; und wann er tausend Meilen nennen hört, so stellt er sich diesen Weg tausendmal aneinander gesetzt vor.

§. 6. Die Weite zweener Oerter von einem dritten miteinander zu vergleichen, pflegt man jede durch Meilen auszudrücken. Die Meile ist hier ein **Maaß**, eine **Grösse**, die man als bekannt ansieht, und untersucht, wie vielmal sie in jeder der andern Grössen enthalten ist. Dieses Verfahren heißt **messen**. Zuweilen muß man auch angeben, was für Stücke des Maaßes in dem Gemessenen enthalten sind.

§. 7.

§. 7. Die Mathematik enthält eigentlich solche Lehren, vermittelst derer die Grössen sich durch Schlüsse vergleichen lassen, obgleich zu ihrer Anwendung auf sinnliche Grössen auch unmittelbare Messungen erfordert werden. Läßt sich die Entfernung des Mondes von der Erde angeben, so muß solches ohne Zweifel durch Schlüsse geschehen, deren Vordersätze zum Theil, aber gewiß nicht alle, Empfindungen seyn können.

§. 8. Die mathematische Erkenntniß der Grösse läßt sich also in eine gemeine und gelehrte abtheilen. Aber wenn diese soll angewandt werden, ist jene unentbehrlich, so wie sie durch die letztere oft vollkommener wird.

§. 9. Die Grösse läßt sich von allen andern Eigenschaften einer Sache abgesondert betrachten: und diß thut die reine oder abgesonderte Mathematik; oder man betrachtet zugleich die andern Eigenschaften der Sachen mit, bey denen sich die Grösse befindet, wie in der angewandten Mathematik. Eine Länge von 10 Meilen, blos als eine Länge betrachtet, gehört in die reine Mathematik; als die Entfernung zweener Oerter auf der Erde betrachtet, in die angewandte.

§. 10. Man kann die Grösse blos als eine Menge von Theilen, als ein Ganzes, betrachten; oder man kann zugleich auf die Verbindung und

Ordnung dieser Theile sehen, welche ein gewisses zusammengesetztes Ding ausmacht. In jener Betrachtung gehört sie für die Arithmetik, in dieser für die Geometrie. Will man einen Klumpen Bley blos zum Gewichte gebrauchen, so ist seine Gestalt völlig gleichgültig, wenn nur kein Bley davon, und keins dazu kommt; aber eine Bleykugel bleibt zu dem Gebrauch, zu dem sie bestimmt ist, nicht mehr dienlich, wenn man aus ihr Schrot giessen wollte.

§. 11. Das Ganze ist mit seinen Theilen einerley, oder man kann, ohne Abgang der Grösse, alle Theile statt des Ganzen, oder umgekehrt, setzen; alle Theile des Zusammengesetzten aber sind mit dem Zusammengesetzten nicht einerley, wenn sie nicht in der gehörigen Verbindung stehen.

§. 12. Die Lehren der reinen Mathematik lassen sich alle zu einer von den (§. 10.) genannten beyden Wissenschaften, der Arithmetik oder Geometrie bringen, ob man schon der Bequemlichkeit halber, Abtheilungen derselben mit Namen eigener Wissenschaften belegt hat. Diejenige Wissenschaft, welche ihre Benennung von gewissen Proportionalzahlen hat, die man Logarithmen nennt, heißt Logarithmische Rechnung. Die Art, unbekannte Seiten oder Winkel eines Dreyecks zu berechnen, heißt die Trigonometrie, und wird,

nach

nach Verschiedenheit dieser Dreyecke, in die ebene und sphärische, abgetheilt. Die Buchstabenrechnung bedient sich der Buchstaben, als allgemeiner Zeichen der Zahlen; die Analysis lehrt das Unbekannte finden, indem man es als bekannt ansieht, und aus seinem Verhalten gegen andere bekannte Dinge heraus bringt, wie es durch solche zu bestimmen ist. Hieraus ist die Algebra, die Lehre von den Gleichungen, von verschiedenen Ausdrücken einerley Grösse entstanden. Man hat diese Algebra auf die Kegelschnitte, und auf andere krumme Linien angewandt. Auf den Grund, daß sich stetige Grössen ohne Ende (d. i. ohne daß wir es bestimmen können, oder wollen) vermindern oder vermehren, theilen und vervielfachen lassen, hat man die Rechnung des Unendlichen gebaut, die sich wieder in die Differential- u. Integralrechnung theilt, nachdem man aus der gegebenen Vergleichung zwischen endlichen und bestimmten Grössen, die Vergleichung zwischen den Geschwindigkeiten, mit denen sie sich ändern, oder aus der letzten Vergleichung die erste sucht. Alle diese zur Analysis gehörige Wissenschaften sind eigentlich grosse Capitel der Arithmetik, oder der Geometrie, oder einer Wissenschaft, die aus beyden zusammengesetzt ist, und höhere Mathematik genannt wird.

§. 13. Die angewandte Mathematik erhält ihren Namen daher, daß sie die Lehren der reinen Mathematik auf die würklichen Sachen selbst anwendet, und hat keine andere Gränzen als die Welt, auch kann sie soviel Wissenschaften enthalten, so vielerley Gegenstände es giebt, bey denen sich Grössen durch Schlüsse bestimmen lassen.

§. 14. Die gewöhnlichsten Gegenstände dieser Art sind: die **Kräfte der Körper**, das **Licht** und die **himmlischen Körper**. Dieses gibt drey Theile der **angewandten** Mathematik, nemlich die **Mechanik, Optik, Astronomie**. Jeder begreift so viel unter sich, daß man ihn in neue Theile zergliedert.

§. 15. Die **Mechanik** betrachtet die Körper entweder in ihrer **Bewegung**, oder im **Gleichgewicht**. Ist jenes, so bleibt ihr der Nahme **Mechanik**; ist dieses, so heißt sie **Statik**. In der **Hydrostatik** wird das Gleichgewicht flüssiger, blos schwerer Körper; in der **Hydraulik** die Bewegung dieser Körper; und in der **Aerometrie** die Beschaffenheit elastischer, flüssiger Körper abgehandelt.

§. 16. Licht, das gerade fortgeht, ist der Gegenstand der **Optik**; Licht, das von Spiegeln zurückgeworfen wird, ist der Gegenstand der **Katoptrik**; Licht, das in durchsichtigen Materien gebrochen wird, ist der Gegenstand der **Dioptrik**.

§. 17. Die Eintheilung des Raums und der Zeit auf der Erden muß man vom Himmel erlernen. Den Raum betrachtet man in der mathematischen Geographie, die Zeit, wenn von einzelnen Tagen die Rede ist, in der Gnomonik, und wenn von Jahren, Jahrhunderten, Jahrtausenden gesprochen wird, in der Chronologie.

§. 18. Die Geschützkunst, die bürgerliche Baukunst, und die Kriegsbaukunst werden auch zur Mathematik gerechnet, ohnerachtet zu ihrer Ausübung noch eine Menge Kenntnisse, die nicht mathematisch sind, erfordert werden.

§. 19. Die Musik, oder Lehre von den Würkungen des Schalls haben unsere Vorfahren als einen beträchtlichen Theil der Mathematik angesehen, und auch viele neuere Mathematiker haben sich mit ihr beschäftiget.

§. 20. Die Schiffkunst, welche den Weg eines Schiffs auf dem Meer bestimmen lehrt, kann mit zur Geographie gerechnet werden; aber die Regierung des Schiffs durch den gehörigen Gebrauch seiner Theile beruht auf der Mechanik.

§. 21. Die Mathematik erstreckt sich sogar weiter, als auf blos sinnliche Dinge. Wahrscheinlichkeiten und Hofnungen hat sie zu berechnen angewiesen, und beurtheilt nach ihren Regeln das Wachsthum eines Staates an Bürgern.

§. 22. Wenige menschliche Verrichtungen sind, von denen nicht ein Theil auf mathematischen Gründen beruhte. Alle Werkzeuge der Handwerker und Künstler sind Maschinen, von deren Beschaffenheit und Gebrauch die mathematische Kenntniß richtiger urtheilen lehrt. Die **Zeichenkunst** und **Perspectiv** sind das **Mathematische** der **Mahlerkunst**, so, wie die Eigenschaften der Farben, die Würkungen ihrer Mischung, ihrer Dauerhaftigkeit das **Physische** sind.

§. 23. Wer die ersten Gründe der **reinen Mathematik** genau inne hat, faßt die Theile der **angewandten Mathematik** mit leichterer Mühe. Wer aber nicht blos durch **Mathematik** in Zukunft sein Brod erwerben muß, hat eben nicht nöthig, sich in allen mathematischen Wissenschaften genau umzusehen, sondern, so, wie der eine Studirende diesen, der andere jenen Theil nothwendiger hat, eben so haben junge Wundärzte vorzüglich ihren Fleiß auf diejenige Theile zu richten, die in diesem Compendio näher entwickelt werden.

§. 24. **Aufmerksamkeit ist der Anfang zur Gelehrsamkeit.** Aufmerksamkeit, Fleiß und Nachdenken sind die Eigenschaften eines Liebhabers der **Mathematik**. Wer vorzügliche, angebohrne Fähigkeiten hat, verschiedene **Verhältnisse, Aehnlichkeiten**, und **Gleichheiten** einzusehen und zu

ent-

entdecken, der wird es in dieser vortreflichen Wissenschaft um so weiter bringen. Aber auch mittelmäßige Köpfe, wann sie nur Fleiß anwenden, werden ihren Zweck, obgleich später, erreichen. Wer aber in dem Vorurtheil steht, daß ihn die Mutternatur zu nichts anderem, als zu Schröpfen, Aderlassen und Barbieren bestimmt habe, der wird weder A noch B lernen;

— — er will es nicht verstehen,
sein Feind mag sich mit solchen Büchern quälen!

Rechenkunst.

A. Reine Mathematik.

I. Rechenkunst oder Arithmetik.

Erster Abschnitt.

Von ganzen Zahlen und Brüchen.

§. 25. Die **Rechenkunst** ist eine **Wissenschaft**, **welche lehrt, wie man aus einigen gegebenen Zahlen andere finden soll, von denen eine Eigenschaft, in Ansehung der gegebenen Zahlen, bekannt gemacht wird.** Z. E. ich soll eine Zahl finden, die so groß ist, als 6 und 8 zusammengenommen, nemlich 14.

§. 26. Diejenigen Dinge, die eine **Zahl** ausmachen sollen, müssen Dinge **von einer** Art seyn.

§. 27. Dinge **von einer** Art sind solche, bey denen bloß dasjenige betrachtet wird, was sie mit einander gemein haben z. E. drey Spanier und zween Deutsche, als Europäer betrachtet; in so fern diese aber zu verschiedenen Nationen **Europens** gerechnet werden, gehören sie unter Dinge von **verschiedener** Art.

§. 28. Dasjenige, was die Dinge, die zusammen gezählt werden, gemein haben, heißt die

Ein-

Einheit. Eine Zahl heißt demnach eine Menge von Einheiten. Die drey Spanier und zween Deutsche sind 5 Europäer; bey dieser Zahl 5 ist also die Einheit ein Europäer.

§. 29. Eine Zahl wird **vermehrt** oder **vermindert**, wenn solche Einheiten, aus denen sie besteht, zu ihr gesetzt, oder von ihr genommen werden.

§. 30. Wenn nach Gefallen zu einer Zahl eine oder mehr andere, die jener nicht gleich sind, gesetzt werden, so heißt diese Vermehrung die **Addition**, die Zahl, welche allen zusammengenommenen gleich ist, die **Summe**, die gegebene Zahlen aber die **summirenden**.

§. 31. Eine Zahl zu wiederholtenmalen zu sich selbst addiren, heißt sie **multipliciren**. Was herauskommt, heißt das **Produkt** oder das **Factum**; die Zahl, welche multiplicirt wird, und die, mit welcher multiplicirt wird, heissen gemeinschaftlich, **Factoren**.

§. 3e. Der eine Factor ist also in dem Product so oft enthalten, als die Einheit in dem andern Factor enthalten ist; und es ist gleichgültig, welcher Factor zuerst gesetzt wird, dann ihr Product wird auch bey veränderter Ordnung immer einerley seyn.

§. 33. Von einer gegebenen Zahl eine andere nach Belieben wegnehmen, heißt **Subtrahiren**, oder **abziehen**. Die Zahl, von welcher weggenommen wird, heißt die zu **verminderende Zahl**, die Zahl, welche weggenommen wird, nennt man die **abzuziehende Zahl**; was übrig bleibt, heißt **Differenz**, **Unterscheid**, **Ueberschuß**.

§. 34. **Dividiren** heißt eine gegebene Zahl von einer andern gegebenen Zahl so oft abziehen, als es möglich ist. Die Zahl, welche dividirt, heißt der **Divisor**. Die Zahl, welche dividirt wird, der **Dividendus**, und die Zahl, welche anzeigt, wie oft der **Divisor** sich vom **Dividendus** habe abziehen lassen, der **Quotient**.

§. 35. **Dividiren** heißt auch mit andern Worten: aus zwo gegebenen Zahlen eine Zahl finden, welche andeutet, wie vielmal die eine von den gegebenen in der andern enthalten ist.

§. 36. Der **Divisor** muß in dem **Dividendus** so oft enthalten seyn, als die **Einheit** im **Quotienten**. Oder: wenn der **Divisor** grösser ist, so ist der **Dividendus** im **Divisor** so oft enthalten, als der **Quotient** in der **Einheit**.

§. 37. Das **Product** des **Divisors** in den **Quotienten** gibt den **Dividendus**, und das **Product** durch einen **Faktor** dividirt, gibt den andern **Faktor**.

§. 38. Drey Hauptsätze sind in der **Mathematik** besonders zu merken, nemlich der Satz der **Aehnlichkeit**, der **Gleichheit** und der **Congruenz**. 1) Alle Dinge sind einander **ähnlich**, in so fern sie in Ansehung ihrer Beschaffenheiten mit einander übereinkommen, und durch Nichts, als durch die Grösse von einander unterschieden werden. Ein Sohn kann seinem Vater vollkommen ähnlich seyn, ungeachtet jener noch ein Kind, und dieser ein Mann ist. Oder man nehme ein Modell von einem Gebäude. Dieses Modell kann im Kleinen eben die Eintheilung und das Verhältniß der Theile haben, wie das Gebäude im Grossen; da sie also nur durch die Grösse von einander unterschieden sind, so ist das Gebäude und das Modell einander **ähnlich**. 2) Nur solche Dinge sind einander **gleich**, die blos in der Grösse mit einander übereinkommen, sie mögen übrigens in ihren Beschaffenheiten von einander unterschieden seyn, wie sie wollen. Wenn ein Bogen Papier in Dreyecke, Vierecke, Fünfecke u. s. w. zerschnitten worden, so ist dennoch, wenn nichts davon verloren geht, die Summe aller dieser Theile dem vorigen Bogen Papier **gleich**, und nimmt wieder eben so viel Platz ein, ungeachtet eine grosse **Unähnlichkeit** herauskommt. So giebt es auch Dinge, die dem Werth nach einander **gleich**, unerachtet sie sonst in allen andern Stücken höchst **unähnlich** sind. Ein Ducaten

ist

ist dem Werth nach fünf Gulden Silbergeld **gleich**, und doch ist zwischen einem Ducaten und fünf Gulden Münz nichts **ähnliches**. 3) Sachen oder Figuren, die **gleich** und **ähnlich** sind, sind **vollkommen übereinstimmend**. Die aus diesen Sätzen gezogene Folgen sind in der **Mathematik** von Nutzen; dann, wenn z. E. von **gleichen** Sachen die Rede ist, so darf man allemal **Gleiches** für **Gleiches** setzen; eben so handelt man in **ähnlichen** Dingen.

§. 39. Wer **Mathematik** lernen will, muß ihre Sprache verstehen. Zur **mathematischen Sprache** rechnet man vorzüglich die **Zeichen**. Diese Zeichen sind folgende:

$=$ ist das **Zeichen der Gleichheit**, z. E. 6 und $2 = 8$, sechs und zwey ist gleich acht.

$\sim$ ist das **Zeichen der Aehnlichkeit**, z. E. o $\sim$ O, ein kleines o ist ähnlich einem grossen O.

$\cong$ ist das **Zeichen der Congruenz** oder der völligen Uebereinstimmung, sowohl in Ansehung der Aehnlichkeit als Gleichheit, z. E. 2 Ducaten von einem Schlag sind in der Mathematik **congruent**.

$\neq$ ist das **Zeichen der Ungleichheit**.

$\nsim$ ist das **Zeichen der Unähnlichkeit**.

$\ncong$ ist das **Zeichen der Discongruenz**.

$>$ ist das **Zeichen dessen was grösser ist** z. E. $4 > 3$, vier ist grösser, als drey.

$<$ ist das Zeichen dessen, was kleiner ist, z. E. $2 < 5$, zwey ist kleiner als fünf.

0 ist das Zeichen dessen, was keine Grössen hat, oder, was mathematisch unendlich klein ist. z. E. $\frac{1}{\infty} = 0$, eins dividirt ins Unendliche, wird nichts, oder ist unendlich klein.

∞ ist das Zeichen dessen, was mathematisch unendlich groß ist. (Mathematisch unendlich wird genannt, was man nicht bestimmen kann, oder nicht bestimmen will.)

$+$ ist das Zeichen der Addition, und wird durch plus, (mehr) bezeichnet; z. E. $4 + 3 = 7$, vier plus drey ist gleich sieben.

$-$ ist das Zeichen der Subtraction, und wird durch Minus (weniger) ausgedruckt, z. E. $4 - 1 = 3$, vier weniger eins ist gleich drey.

$\cdot$ oder $\times$ ist das Zeichen der Multiplication, z. E. $6 \cdot 3$ oder $6 \times 3 = 18$, sechs multiplicirt mit drey ist gleich achtzehen.

$:$ oder ein Strich zwischen zwoen Zahlen ist das Zeichen der Division z. E. $6 : 2 = 3$ oder $\frac{6}{2} = 3$, sechs dividirt durch zwey ist gleich drey.

$\surd$ ist das Zeichen der Wurzeln.

Vom Numeriren oder Aussprechen der Zahlen.

§. 40. Man zählt von 1 bis 10. Die dabey übliche bekannte und einfache Zeichen sind 1, 2, 3, 4, 5,

6

6, 7, 8, 9; damit man aber auch die Zehner, Hunderte, Tausende u. s. w. dadurch andeuten könne, so gebe man ihnen ihre Bedeutung von der Stelle, oder, wann ich so sagen darf, von dem Fach, in welchem sie stehen. Nemlich, wann sie entweder allein, oder in der ersten Stelle oder Fach zur Rechten anzutreffen sind, so bedeuten sie **Einer**, in der andern **Zehner**, in der dritten **Hunderte**, in der vierten **Tausende** &c. Die leeren Stellen oder **Fächer** werden mit der Nulle (0) vollgefüllt, welche andeutet, daß in denselben keine Zahl anzutreffen sey. Ich soll z. E. **ein tausend drey hundert und sechs und achzig** schreiben, so setze ich in das erste Fach zur Rechten die **Einheiten** mit 6; in das zweyte Fach die **Zehner** mit 8; in das dritte Fach die **Hunderte** mit 3; in das vierte Fach die **Tausende** mit 1, und bekomme also 1386. In jedem Fach gelten also die Zahlen zehenmal so viel, als in dem vorhergehenden.

Wann man die Zahl 7356428 aussprechen will, so fangt man von der rechten Hand an und sagt: es sind 8 Einheiten, 2 Zehner, 4 Hunderte, 6 Tausende, 5 Zehentausende, 3 Hunderttausende, 7 Tausendmaltausende, oder 7 Millionen. Um sich kürzer auszudrücken, lese man sie von vornen, nachdem man obige Zahl von der Rechten an gegen die Linke vermittelst kleiner Strichlein in Classen getheilt, und einer jeden Classe 3 Stellen zugeeignet

 hat.

hat. Am Ende gegen die Linke mögen drey oder weniger bleiben. Ueber die Zahl, welche nach dem andern Strichlein kömmt, mache man **einen Punkt**, und über die, so nach dem vierten Strichlein folgt, **zween** Puncte u. s. w. Ein blosses Strichlein (,) wird durch Tausend, ein Punkt durch Million, zween Punkte durch Billion u. s. w. ausgesprochen, hingegen die **erste** Zahl gegen die Linke in **einer** Classe durch **Hundert**, die **mittlern** durch **Zehner**, und die **letzte** durch **Einer**. Dem zu Folge wird also das gegebene Exempel also abgetheilt und ausgesprochen:

7˙,356,428, sieben Millionen, drey hundert sechs und fünfzigtausend, vierhundert und acht und zwanzig.

Eben so läßt sich eine Zahl aussprechen, die mit Nullen vermengt ist, z. E. 302˙,004,603 enthält 3 Einheiten, keinen Zehner, 6 Hunderte, vier Tausende, keinen Zehentausender, keinen Hunderttausender, 2 Millionen, keinen Zehner von Millionen, 3 Hunderte von Millionen. Liest man sie von vornen, so sind es dreyhundert und zwo Millionen, viertausend, sechshundert und drey.

Von den vier Rechnungsarten in ganzen Zahlen, nemlich der Addition, Subtraction, Multiplication, und Division.

a) Addition.

§. 41. **Wenn man verschiedene Zahlen zusammen addirt, so schreibt man entweder die Zahlen**

len, die man addiren will, so unter einander, daß Zifern einerley Ordnung untereinander kommen, zählt die Zifern zusammen, die in einer Reihe untereinander stehen, und schreibt die niedrigste Zifer jeder solcher Summe unter die Reihe, von welcher die Summe herrührt, und addirt diese einzelne Summen wieder, um die Hauptsumme zu erhalten; z. E.

```
678345
  5321
  4894
------
    10
   15
  14
 17
67
------
688560
```

oder man zählt die Zifer jeder Ordnung zusammen, und wenn die Summe einer jeden Reihe mehr als 9 beträgt, so wird für jede Zehen eine Eins in die nächst höhere Stelle geschrieben, zu dieser addirt, die andere Zahl der Summe aber unter den Strich gesetzt, z. E.

```
678345
  5321
  4894
------
688560
```

b) Subtraction.

§. 42. **Eine kleinere Zahl wird von einer grössern abgezogen**, wenn man die Zahlen so untereinander schreibt, daß Einheiten auf Einheiten, Zehner auf Zehner, Hunderte auf Hunderte,

wenigstens auf ihre Stellen, wenn Nullen da sind, zu stehen kommen, da man alsdann von der Rechten zur Linken die Einheiten, Zehner u. s. w. subtrahirt, biß alles abgezogen ist, was man verlangt. Bey der Subtraction kommen 5 Fälle vor:

I. Wenn alle untere Zahlen kleiner sind, als die obern, z. E.

3648
2125

1523

5 von 8 abgezogen läßt 3 Einheiten, 2 von 4 zween Zehner, 1 von 6 fünf Hunderte, und 2 von 3 einen Tausender.

II. Wenn die untern Zahlen theils kleiner, theils gleich groß sind mit der obern, und noch über dieß die untere Reyhe weniger Zahlzeichen hat, z. E.

5482
472

5010

III. Wenn in der untern Zahl einige grössere Zahlzeichen sind, als in der obern, so muß man von den höhern Stellen entlehnen.

65'3'2
249

6283

da 9 von 2 sich nicht abziehen läßt, so entlehnt man aus der Stelle der Zehner eine Einheit, die hernach 10 giebt; diese 10 zu den 2 addirt, macht 12, also 9 von 12 läßt 3. Da nun die Zahl 3, die eins durchs Entlehnen verlohren hat, zwey worden ist, so kann man 4 von 2 nicht abziehen, sondern entlehnt aus der Stelle der Hunderte von 5 eine Einheit, und sagt 4 von 12 läßt 8 u. s. w.

IV. Wenn Nullen theils oben, theils unten vorhanden sind.

604'02
50061
10341

1 von 2 bleibt 1; sechs von 0 geht nicht, man entlehnt also aus dem Fach der Hunderte 1, welches nun in dem Zehnerfach zehen Zehner macht, wovon man die untenstehende 6 Zehner abzieht, also 6 von 10 läßt 4; 0 von 3 läßt 3. (Dann 4 ist beym Entlehnen um 1 vermindert worden); 0 von 0 bleibt 0; 5 von 6 läßt 1.

V. Wenn oben mehrere Nullen nach einander vorhanden sind.

7'0'0'2'0'0'4
1003025
5998979

5 von 4 läßt sich nicht abziehen, und weil nächst vorher Nullen sind, so entlehnt man aus der Stelle der Tausende eine Einheit. Diese Einheit trägt man zuerst gleichsam in das Fach der Hunderte, läßt daselbst 9 Hunderte zurück, und Hundert trägt man in das Fach der Zehner; hier bleiben abermals 9 Zehner zurück, und einen Zehner bringt man nunmehr in das Fach der Einheiten, und sagt: 5 von 14 läßt 9; 2 Zehner von den vorher zurückgelassenen 9 Zehnern lassen 7; 0 von 9 vorhin zurückgelassenen Hunderten läßt 9; 3 von 1 geht nicht an, man entlehnt also, da nächst vorher Nullen kommen, aus der Stelle oder Fach der Millionen, verfährt wie schon gesagt, und sagt, 3 von 11 läßt 8; 0 von 9 läßt 9; 1 von 6 läßt 5. Hieraus ist also zu sehen, warum alle Nullen, über welche man im Entlehnen hinweggegangen, zu Neunern werden.

§. 43. Wenn man die **Differenz** und die **abzuziehende Zahl** wieder zusammen **addirt**, so kommt die zu **verminderende Zahl** wieder heraus. Auf diese Weise dienen **Addition** und **Subtraction** einander zur Probe.

addirt	678345.	Differenz.
	10215.	die abzuziehende Zahl.
	688560.	die zu verminderende Zahl.

c) Multiplication.

§. 44. Will man das **Einmal Eins**, oder eine **Tabelle verfertigen, in welcher alle Producte zu finden sind, die herauskommen, wenn man die Einer durcheinander multiplicirt**, so theilt man die Seite einer viereckigten Figur in 9 gleiche Theile, und zerschneidet sie durch Querstriche in lauter kleine Fächer. Oben in der ersten Reihe und zur Linken schreibt man die Zahlen von 1 bis 9 in ihrer natürlichen Ordnung, addirt 2 zu sich selbst, und setzt das Product 4 unter die 2; dazu addirt man noch 2, so ist 6 das Product aus 3 in 2; zu 6 addirt man noch einmal 2, so ist 8 das Product aus 2 in 4 u. s. w. Auf gleiche Weise kann man die übrige Zahlen finden, und in ihre gehörige Fächer schreiben, so ist das **Einmal Eins** fertig, welches man, wenn man im **multipliciren** und **dividiren** hurtig fortkommen will, auswendig lernen, oder jederzeit bey der Hand haben muß. Will man die Producte wissen, so darf man nur die eine Zahl nach der Breite, und die an-

dere

dere nach der Länge, aber im ersten Reihen der Vierecke, aufsuchen und die auf beyde Zahlzeichen in geraden Linien sich beziehende Zahl suchen, so wird man das Product finden.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

§. 45. **Zwo Zahlen werden mit einander multiplicirt,** wenn man I.) die Einheiten, Zehner, Hunderte u. s. w. des einen Factors mit eben diesen Ordnungen des andern Factors multiplicirt, und die einzelne Producte addirt, oder II.) die Einheiten, Zehner, Hunderte im Sinn behält.

Istes Exempel

```
3428
   6
----
  48
 12
 24
18
-----
20568
```

IItes Exempel:

```
3428
   6
----
2056
```

 b) Wenn

b) **Wenn beyde Factoren mehrere Zahlen haben.**

3452
346
20712
13808
10356
1194392

6 2 gibt 12, setze 2 behalt 1; 6. 5 gibt 30 und 1 behalten 31, setze 1 behalt 3 u. s. w. Hernach multiplicirt man mit dem Factor der Zehner, und sagt: 40. 2 sind 80, oder 8 Zehner, setzt sie in die Stelle der Zehner, läßt aber die Nulle weg u. s. w. Endlich multiplicirt man mit dem Factor der Hunderte, 300. 2 gibt 600, setzt 6 in die Stelle der Hunderte, und läßt beyde Nullen weg u. s. w. Addirt man die einzelne Producte, so ist die Summe das ganze Product.

§. 46. **Wenn ein Factor am Ende Nullen hat**, so wird nur mit den Zahlzeichen multiplicirt, z. E. 423. 200 = 84600; die Nullen werden nach geschehener Multiplication erst angehängt.

§. 47. **Wenn ein Factor in der Mitte Nullen hat**, so wird die nächstfolgende Reyhe um so viel Stellen hinaus gerückt, als Nullen in einem fort stehen, weil man sonst eine ganze Reyhe Nullen ohne Noth schreiben müste; denn die Stellen, die mit einer Nulle bezeichnet sind, deuten an, daß in

in denselben keine Zahl anzutreffen sey. z. E.

```
    4235
     302
  ------
    8470
  12705
  ------
 1278970
```

d) **Division.**

§. 48. **Eine Zahl wird durch eine andere kleinere dividirt,** wenn man sucht, wie vielmal der **Divisor** in den höhern und niedern Zifern des **Dividendus** enthalten ist, und hernach die einzelnen **Quotienten addirt.**

Bey der **Division** gibt es zween Hauptfälle:

a) **Wenn der Divisor nur eine Zifer hat.** Man suche 1) wie vielmal der **Divisor** in der höchsten Zifer des **Dividendus** enthalten sey. Diß geschieht, wenn man aus dem **Einmal Eins** die Zifer aufsucht, welche mit dem Divisor multiplicirt, ein Product gibt, das der höchsten Zifer des Dividendus gleich, oder nächst kleiner ist. 2) Diese Zifer schreibe man in die Stelle des Quotienten, und nach ihr so viel Nullen, als Zifern im Divisor nach der höchsten folgen. Dieser gefundene Theil des Quotienten zeigt an, wie vielmal der Divisor nach solchen Einheiten im Dividendus enthalten sey, wie die Einheiten der höchsten Zifer des Dividendus sind, wie viel z. E. zehentausende des **Divisors** im **Dividendus** stecken. Weil also in der höchsten Zifer des **Dividendus** noch Mengen des Divisors stecken können, die nicht durch so grosse Einheiten, wie die eben erwähnten, auszudrücken sind, so multiplicire man 3) den gefundenen Theil des Quotienten mit dem **Divisor**, und ziehe das Product von der Zifer des Dividendus, in die man dividirt hat, ab. 4) Zu dem Rest nehme man die nächstfolgende Zifer, und verfahre mit

mit dem, was man auf diese Weise erhält, nach der ersten Regel. Die Zifer, die heraus kommt, ist der zweyte Theil des Quotienten, und nach ihr gehören so viel Nullen, als Zifern im **Dividendus** nach der niedrigsten unter denen, in welche man dividirt hat, folgen. 5) Diese bißher bemeldte Arbeit wird so lang fortgesetzt, als Zifern im **Dividendus** vorhanden sind. Jede neue Zifer des Dividendus, die zu dem nächst vorhergehenden Reste genommen wird, gibt im Quotienten eine Zifer, nach der so viel Nullen folgen, so viel Zifern nach dieser Zifer im **Dividendus** zur rechten Hand stunden. 6) Da diese Nullen nur dienen, den Werth der Zifern des Dividendus anzuzeigen, so hat man sie bey der Ausübung nicht nöthig, weil die verschiedene Zifern des **Dividendus** nach einander selbst diese Stellen ausfüllen.

```
Divis. 5| 97645. Dividend.        10000
          5                        9000
          -----                     500
          47645                      20
          45                          9
          -----                   -----
           2645                   19529 Quot.
           25
          -----
            145
            10
          -----
             45
             45
          -----
              0
```

b) **Wenn der Divisor mehr, als eine Zifer hat.** Man vergleiche 1) den **Divisor** nach obigen Regeln allemal mit so viel Zifern des **Dividendus**, als er selbst hat. 2) Um diese Vergleichung anzustellen, und z. E. zu finden, wie vielmal 37 in 76 steckt, könnte man vorläufig 37 durch alle Zahlen von 1 bis 9 multipliciren, und also ein **Einmal Eins** für den **Divisor** machen. 3)

Wenn

Wenn man diese Vergleichung nicht anstellen mag, so suche man nur, wie vielmal die erste Zifer des **Divisors** in der ersten des **Dividendus** steckt, und nimmt an, daß der ganze Divisor eben so vielmal in den ihm zugehörigen Zifern des **Dividendus** stecke. Diß kann falsch seyn; es entdeckt sich aber, wenn man den gefundenen Theil des Quotienten mit dem **Divisor** multiplicirt, da dann das Product grösser kommen wird, als die Zahl, von der man es abziehen soll. Man muß also den Theil des Quotienten, der solchergestalt gefunden werden soll, so lang vermindern, biß das Product aus ihm in den **Divisor** sich abziehen läßt.

```
Divisor. 25| 786525 Dividendus.     | 31461 Quot.
             75
            ------
             36
             25
            ------
             115
             100
            ------
              152
              150
            ------
               25
               25
            ------
                0
```

§. 49. Wenn der **Divisor** in der höchsten Zifer des Dividendus **nicht einmal** enthalten ist, so nimmt man sie zu der nachfolgenden, und wenn er in dem Reste und der dazu kommenden neuen Zifer nicht enthalten ist, so schreibt man dafür eine o in den Quotienten, und nimmt zu

dieser

dieser Zifer des Dividendus die nächstfolgende.

Divisor: 7 | 6314. Dividendus. | 902 Quot.
63

014
14

0

§. 50. Wenn beym Dividiren etwas übrig bleibt, so enthält der Dividendus den Divisor einigemal ganz, und noch etwas von ihm darüber, welches keinen ganzen Divisor beträgt.

Divis. 37 | 7654 Divid. | 206 $\frac{32}{37}$ Quot.
74

254
222

32

§. 51. Wenn am Ende des Divisors Nullen stehen, so werden vom Dividendus so viel Zahlzeichen abgeschnitten, als der Divisor Nullen hat.

Divis. 2 | 00 | 32 | 48 Divid. | 16 $\frac{48}{200}$ Quot.
2

12

12

0

§. 52. Die Art, unter sich zu dividiren, ist die leichteste, beugt aller Verwirrung vor, und ist der Art, über sich zu dividiren, immer vorzuziehen. Doch muß man auch diese leztere können,

weil

weil sie in vielen Fällen von Nutzen ist.

a) 5
Divid. 5945 | 1189 Quot.
Divis. 5555 |

5 in 5 ist einmal; der Quotient 1 wird mit dem **Divisor** 5 multiplicirt, von dem **Dividendus** abgezogen und darüber gesezt, oder wenn die Zahl aufgeht, eine Null, auch gar nichts über den **Dividendus** geschrieben; 5 in 9 ist einmal, 1 mal 5 ist 5, 5 von 9 bleibt 4; 5 in 44 ist 8 mal, 5 mal 8 ist 40, bleiben 4; 5 in 45 ist 9 mal.

(3
b) 127(2 |
Divid. 765 4 | $206\frac{32}{37}$ Quot.
Divis. 377 7 |
33

3 in 7 ist 2 mal, 2 mal 3 ist 6, 6 von 7 bleibt 1; 2 mal 7 ist 14, 14 von 16 läßt 2; nun schreibt man den **Divisor** 3 unter den vorigen **Divisor** 7, und den **Divisor** 7 unter den **Dividendus** 5, und sagt: 3 in 2 Nullmal, sezt die Nulle als den zweyten Quotienten, und da kein Abzug geschehen kann, so bleibt 25 ganz. Nun wird der **Divisor** zum 3tenmal unterschrieben und auf ähnliche Art wie bisher, verfahren.

c) (2
53 |
61(0 |
Divid. 423 6 | $68\frac{20}{62}$ Quot.
Divis. 62 2 |
6 |

d)
1 |
32(48 | $16\frac{48}{100}$
22(00 |

Bey c) ist die erste Zahl des **Dividendus** kleiner, als des **Divisors**, deßwegen sezt man den Divisor um *eine* Stelle weiter gegen die rechte Seite. Bey d verfährt man laut § 51.

§. 58.

Staatl. Bibliothek Regensburg

§. 53. **Wenn man den Quotienten mit dem Divisor multiplicirt, und, so etwas übrig geblieben ist, zum Product addirt, so muß der Dividendus wieder herauskommen.**

I. Quotient. 1189 }
Divisor. 5 } ×
Dividendus. 5945

II. Quotient. 206 $\frac{32}{37}$ }
Divisor. 37 } ×
1442
618
32
Dividendus. 7654

III. Quotient. 68 $\frac{20}{62}$ }
Divisor. 62 } ×
136
408
20
Dividendus. 4236

IV. Quot. 16 $\frac{48}{200}$ }
Divisor. 200 } ×
3200
48
Dividendus. 3248

Auf die Nenner 37, 62, 200 wird bey der Probe nicht reflectirt, sondern nur die Zähler dazu addirt, weil, wie z. E. im zweiten Exempel $\frac{32}{37}$ mit 37 multiplicirt, 32 Ganze ausmachen; dann 32 dividirt durch 37, oder $\frac{32}{37}$ multiplicirt durch 37 gibt 32.

§. 54. **Wenn man das Product durch einen von den Factoren dividirt, so muß der andere Factor herauskommen.**

a)		b)	
214		214	
20568. Prod.	3428.	20568. Pr.	6.
6666	(§.2.)	3428	(§. 1.)

Multiplication und Division dienen also einander gegenseitig zur Probe.

§. 55.

§. 55. Eine Zahl durch **Eins multiplicirt**, oder **dividirt**, wird nicht verändert.

$$6 . 1 = 6;\ 6 : 1 \text{ oder } \frac{6}{1} = 6$$

Von den Potenzen.

§. 56. Ein Product aus zween gleichen Factoren heißt ein **Quadrat**, und der Factor, der mit sich selbst multiplicirt wird, dessen **Wurzel**.

$$9 = 3 . 3$$

§. 57. Das Quadrat mit seiner Wurzel multiplicirt, gibt den **Cubus** oder **Würfel**, d. i. ein Product aus drey gleichen Factoren, deren jeder hier die **Cubik-Wurzel** heißt.

$$16 . 4 = 4 . 4 . 4 = 64$$

§. 58. Ein Product aus lauter **gleichen** Factoren heißt eine **Potenz** des Factors, der in diesem Product etlichemal mit sich selbst multiplicirt wird. Der **Grad** der **Potenz** heißt die Menge von gleichen Factoren, und die **Wurzel** heißt einer dieser Factoren.

§. 59. Man schreibt eine Potenz so, daß man oben an die Zifer, welche die Wurzel andeutet, eine kleine Zifer sezt, welche den Grad der Potenz anzeigt und der **Exponent** heißt.

$$9 = 3^2;\ 64 = 4^3$$

So ist $625 = 5 . 5 . 5 . 5 = 5^4$, welche **Potenz** die vierte, oder das **Biquadrat** heißt. Ingleichem ist eine Million die sechste Potenz der 10 oder 10^6.

§. 60. **Die Wurzel eines gewissen Grads aus einer Zahl ziehen**, heißt diese Zahl als eine Potenz selbigen Grads ansehen, und die Zahl suchen, die so vielmal mit sich selbst multiplicirt, als der Grad der Potenz erfordert, die gegebene Zahl hervorbringt.

§. 61. Das Zeichen der Wurzel ist $\surd$; den **Exponenten** der Wurzel schreibt man in die Oeffnung des Wurzelzeichens, bey dem Quadrat aber, da er 2 seyn sollte, läßt man ihn weg.

$\sqrt{9} = 3$; $\sqrt[3]{64} = 4$; $\sqrt[4]{625} = 5$; $\sqrt[6]{1000000} = 10$;

§. 62. Die **Quadrate** der einzelnen Zifern stehen im **Einmal Eins**, und ihre **Würfel** lassen sich daraus leicht machen. Dieses gibt folgendes Quadrat- und Cubiktäfelchen:

Wurzeln.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Quadrate.	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
Würfel.	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000

§. 63. Wenn an einer oder mehr Zifern rechter Hand Nullen stehen, so ist ihr **Quadrat** das Quadrat der Zifern mit noch einmal so viel Nullen, und ihr **Würfel** der Würfel der Zifern mit dreymal so viel Nullen.

$500^2 = 250000$; $500^3 = 125000000$;

§. 64. Bey einer Zahl, die so geschrieben ist, wie man sie beym **Numeriren** lehrt, kann man jede Zifer als einen schlechten **Einer** ansehen, der in die Potenz der Zehen multiplicirt wäre, deren **Exponent** die Ordnung der Zifer anzeigt:

$$64327 = 6.\ 10^4 + 4.\ 10^3 + 3.\ 10^2 + 2.\ 10^1 + 7$$

dann	$6.\ 10^4 =$	$6.\ 10.\ 10.\ 10.\ 10 =$	60,000
	$4.\ 10^3 =$	$4.\ 10.\ 10.\ 10 =$	4000
	$3.\ 10^2 =$	$3.\ 10.\ 10 =$	300
	$2.\ 10^1 =$	$2.\ 10 =$	20
	7	=	7
			64,327

Von den Brüchen.

§. 65. Wenn ein Ganzes in etliche gleiche Theile getheilt wird, und deren einige genommen werden, so heißt man einen oder mehrere Theile in Vergleichung mit dem Ganzen, einen **Bruch**. Z. E. ein Gulden enthält 2 Drittheile des Thalers.

§. 66. Man muß also wissen, in wie viele Theile das **Ganze** getheilt worden ist, und wie viel deren auf den Bruch gehen. Das **erste** zeigt der **Nenner**, das lezte der **Zähler** an. **Jener** gibt dem Bruche den Namen; **dieser** zählt die Menge der Theile, die ihn ausmachen. Nimmt man einen dieser Theile für die Einheit an, so wird der Bruch eine ganze Zahl, die so viel solche Einheiten hat, als der vorige Zähler anzeigte.

§. 67. Den **Zähler** schreibt man oben, den **Nenner** unten, so, daß ein Querstrich zwischen beyden Zahlen ist. In dem Bruch $\frac{4}{7}$ ist 4 der **Zähler** und 7 der **Nenner**. Es zeigt also an, daß das **Ganze** in 7 gleiche Theile getheilt worden, und daß man 4 solcher Theile genommen habe.

§. 68. Wenn der **Zähler kleiner** ist, als der **Nenner**, so heißt der Bruch ein **uneigentlicher, ächter, wahrer Bruch**, z. E. $\frac{4}{7}$; $\frac{3}{8}$ sind **eigentliche Brüche**; wenn aber der **Zähler grösser** ist, als der **Nenner**, so heißt der Bruch ein **uneigentlicher, falscher Bruch**, z. E. $\frac{5}{4}$; $\frac{9}{7}$ sind **uneigentliche Brüche**.

§. 69. Zur Beurtheilung der **Grösse** eines Bruchs können folgende Sätze dienen: Je öfter 1) der Zähler im Nenner enthalten ist, desto **kleiner** ist der Bruch, wenn man ihn mit einem andern vergleicht, dessen Zähler im Nenner nicht so oft enthalten ist. 2) Steckt der Zähler wenigemal im Nenner, so ist der Bruch **groß**. 3) Wenn die Zähler in den Nennern gleichvielmal angetroffen werden, so sind die Brüche einander **gleich**, z. E. $\frac{5}{75}$ ist ein **kleiner Bruch**; $\frac{3}{4}$ ist ein **grosser Bruch**; $\frac{4}{6}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{6}{9}$ sind **gleiche Brüche**.

§. 70. Eine **grosse ganze Zahl** kann nicht in einer **kleinen ganzen Zahl** stecken; aber ein Stück der grossen Zahl wird die kleine ausmachen. Um zu finden, wie viel dieses Stück betrage, theile man

man jede Zahl *in ihre* Einheiten, und frage: **wie viel Einheiten der grossen Zahl die kleine ausmachen.** Die kleine Zahl begreift demnach etliche Einheiten, als Theile der grossen in sich, und kann als ein Bruch von der grossen angesehen werden, dessen Nenner die Menge der Einheiten der grossen Zahl, und der Zähler die Menge der Einheiten der kleinen Zahl ist. Der **eigentliche** Bruch $\frac{7}{12}$ zeigt demnach an, was für ein Stück der grossen Zahl in der kleinen Zahl enthalten ist. Er ist also der Quotient, den die kleine Zahl mit der grossen dividirt gibt, bey welcher Division man nicht fragen kann: **wie vielmal** die grosse Zahl, sondern **was für ein Theil** der grossen Zahl in der kleinen enthalten *ist*.

§. 71. Ein **uneigentlicher** Bruch begreift das Ganze so vielmal in sich, so vielmal sein Zähler den Nenner in sich begreift, und ist also der Quotient, den der Zähler mit dem Nenner dividirt gibt.

§. 72. Wenn der Zähler den Nenner etlichemal ganz und noch ein Stück darüber enthält, so läßt sich solches Stück nach §. 70. ausdrücken ($\frac{17}{3} = \frac{15}{3} + \frac{2}{3} = 5 + \frac{2}{3}$) Da nun Brüche und Quotienten (nach §. 70. 71) einerley sind, so muß man, um den Quotienten zwoer ganzen *Zahlen* zu finden, den Quotienten, so genau man kann, *in* ganzen Zahlen suchen, und daran einen

Bruch hängen, dessen Zähler der Rest ist. Z. E.

$7654 : 37 = 206 + \frac{32}{37}$.

§. 73. Brüche bleiben **unverändert**, wenn man den Zähler und Nenner mit einer und eben derselben Zahl **multiplicirt**. Dann, wenn beyde mit einerley Zahl **multiplicirt** oder **dividirt** werden, so ist es eben so viel, als ob sie mit 1 **multiplicirt** oder **dividirt** würden, weil $\frac{6}{6} = 1$ ist. Oder: wenn der Zähler und Nenner mit einer und eben derselben Zahl **multiplicirt** werden, so wird der Bruch durch die eine Multiplication um so viel grösser, um so viel er durch die andere wieder kleiner wird, folglich muß er **ungeändert** bleiben. Z. E. $\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{3} = \frac{15}{18}$ Eben diß gilt auch bey der **Division**. Z. E. $\frac{6}{8} : \frac{2}{2} = \frac{3}{4}$

§. 74. Wenn man Brüche von **verschiedenen Nennern** unter **einerley Benennung** bringen, d. i. machen will, daß sie alle **einerley Nenner** bekommen, so kommt es auf zwey Stücke an:

a) **Wenn es nur zween Brüche sind, so multiplicire man den Zähler und Nenner eines jeden Bruchs durch den Nenner des andern.**

Die Brüche heissen: $\frac{3}{4}$ und $\frac{2}{5}$,

$5) \frac{3}{4}; 4) \frac{2}{5}; = \frac{15}{20}$ und $\frac{8}{20}$

b)

b) Wenn es mehr, als zween Brüche sind, so müssen Zähler und Nenner in das Product aller übrigen Nenner, seinen eigenen ausgenommen, multiplicirt werden.

Die Brüche heissen: $\frac{2}{3}$ und $\frac{1}{2}$ und $\frac{4}{5}$

10) $\frac{2}{3}$; 15) $\frac{1}{2}$; 6) $\frac{4}{5}$; = $\frac{20}{30}$; $\frac{15}{30}$; $\frac{24}{30}$;

§. 75. Man kann Brüche aufheben oder kleiner ausdrücken, wenn sich Zähler und Nenner mit einer dritten Zahl genau dividiren lassen. z. E. Der Zähler und Nenner des Bruchs $\frac{6}{18}$ läßt sich durch 3 dividiren, dann $\frac{6}{18}$: 3 = $\frac{2}{6}$ Die Divisores von grossen Zahlen muß man durch Uebung finden lernen, oder, wenn man es nicht schnell genug kann, den Nenner durch den Zähler so lang dividiren, als er sich dividiren läßt. Z. E $\frac{88}{136}$ soll aufgehoben werden. Man dividire 136 durch 88, so ist der Quotient 1, und bleibt noch ein Rest von $\frac{48}{88}$ In diesem neuen Bruch wird 88 durch 48 dividirt, der Quotient ist 1, und der übrig bleibende Bruch ist $\frac{40}{48}$ Dividirt man 48 durch 40, so bekommt man den Quotienten 2 und den Bruch $\frac{8}{40}$ Wird endlich 40 durch 8 dividirt, so ist der Quotient 5 Man sieht zugleich, daß der lezte Divisor 8 genau, ohne einen Bruch, in dem Dividendo 40 enthalten ist, und ist sicher, daß durch diese 8 auch der obige

Bruch $\frac{88}{136}$ aufgehoben werden könne und $\frac{11}{17}$ ausmache.

a) 136 / 88 | $1\frac{48}{88}$ b) 88 / 48 | $1\frac{40}{88}$ c) 48 / 40 | $2\frac{8}{40}$

d) 40 / 8 | 5 Also: 136 / 8 = 17 Nenner. u. 88 / 8 = 11 Zähler.

Wenn man zulezt durch diese Operation auf einen Divisor kommt, der 1 ist, so ist es ein Zeichen, daß sich der Bruch gar nicht mehr aufheben läßt.

§ 76. Der Ausdruck: den Bruch kleiner machen, ist der Sache selbst nicht angemessen, dann der Bruch wird nicht kleiner, sondern bleibt so groß, als er vorhin war, er wird nur anders und kürzer ausgedrukt. Einen Bruch kleiner machen, heißt also nur soviel, als durch die Division einen Bruch unter eine kürzere Benennung bringen. Folgende Regeln können ausser der oben angegebenen allgemeinen Regel auch noch mit zu Hülfe genommen werden:

I.) Wenn 1) sich das lezte Zahlzeichen einer gegebenen Zahl durch 2 dividiren läßt, so läßt sich die ganze Zahl dardurch dividiren. Z. E. 3788 läßt sich durch 2 dividiren, dann die lezte 8 kann dadurch aufgehoben werden.

3788 : 2 = 1894

Wenn 2) das lezte Zahlzeichen sich durch 5 dividiren läßt, so läßt sich die ganze Zahl durch 5 dividiren.

Z. E. 4975 kann durch 5 dividirt werden, dann 5 wird durch 5 aufgehoben. Z. E. 4975 : 5 = 995

Wenn 3) das lezte Zahlzeichen 0 ist, so läßt sich die ganze Zahl durch 10 dividiren.

Z. E. 567890 : 10 = 56789

II.) Wenn sich die Summe aller Zahlzeichen durch 3 oder 9 dividiren läßt, so läßt sich die ganze Zahl dardurch dividiren.

Z. E. die Zahlen 6, 9, 3, geben zusammen addirt 18; Nun läßt sich 18 durch 3 und 9 aufheben, dann 18 : 3 = 6 und 18 : 9 = 2, mithin läßt sich auch sechshundert und drey und neunzig durch 3 und 9 aufheben, 693 : 3 = 231 und

693 : 9 = 77

III.) Wenn das lezte Zahlzeichen zu dem mit 2 multiplicirten vorlezten addirt wird, und die Summe durch 4 dividirt, gerade aufgeht, so läßt sich die ganze Zahl durch 4 dividiren.

Die Zahl sey 6788. Die vorlezte 8 durch 2 multiplicirt, gibt 16, die lezte 8 dazu addirt, gibt die Summe 24; da sich nun 24 durch 4 dividiren läßt, (24 : 4 = 6) so läßt sich auch die ganze Zahl durch 4 dividiren, dann 6788 : 4 = 1697

IV) Wenn das lezte Zahlzeichen zur Summe aller vorhergehenden, mit 4 multiplicirten Zahlzeichen addirt, sich durch 6 dividiren läßt, so läßt sich die ganze Zahl durch 6 dividiren.

Die ganze Zahl sey 7986 Die Summe der 3 erstern Zahlen 7, 9, 8, macht 24. Multiplicirt man diese 24 mit 4, so gibt es 96, wird die lezte Zahl 6 zu den 96 addirt, so ist die Summe 102 Diese 102 lassen sich durch 6 dividiren, (dann 102 : 6 = 17) also läßt sich auch die ganze Zahl durch 6 dividiren, dann 7986 : 6 = 1331

§. 77. Brüche lassen sich auf zweyerley Weise **addiren** und **subtrahiren**.

I) Wenn man, in sofern sie einerley Nenner haben, nur die Zähler addirt, oder von einander subtrahirt, und hernach den gemeinschaftlichen Nenner darunter setzt.

a) **Addiren.**

$\frac{3}{4}$ und $\frac{2}{4}$

Diese beede Brüche haben einerley Nenner; addirt man also, so sagt man $\frac{3}{4} + \frac{2}{4} = \frac{5}{4}$ Wird der Nenner 4 der **Divisor** des Zählers 5, so ist der Quotient $1\frac{1}{4}$

b) **Subtrahiren.**

$\frac{7}{8} - \frac{3}{8} = \frac{4}{8}$

II) Wenn man, in so ferne sie verschiedene Nenner haben, die verschiedene Nenner zuvor unter einerley Benennung bringt, und sie sodann addirt, oder subtrahirt.

a) **Addiren.**

$\frac{3}{4} + \frac{2}{5} + \frac{1}{2}$ zu einerley Benennung gebracht, geben $\frac{30}{40} + \frac{16}{40} + \frac{20}{40}$, und zusammen addirt: $\frac{66}{40} = 1\frac{26}{40} = 1\frac{13}{20}$

b) **Subtrahiren.**

$\frac{3}{4} - \frac{2}{5}$ zu einerley Benennung gebracht, geben: $\frac{15}{20} - \frac{8}{20} = \frac{7}{20}$

§. 78. Wenn man **ganze Zahlen** und **Brüche addiren** will, so muß man sie unter **einerley Benennung** bringen, und die ganze Zahl als einen **uneigentlichen** Bruch ansehen, dessen Nenner = 1.

$4 + \frac{3}{8} = \frac{4}{1} + \frac{3}{8} = \frac{32}{8} + \frac{3}{8} = \frac{35}{8}$

§. 79. Wenn man **ganze Zahlen** und **Brüche subtrahiren** will, so muß man sie zuvor unter

einer-

einerley Benennung bringen.

$4 - \frac{3}{8} = \frac{4}{1} - \frac{3}{8} = \frac{32}{8} - \frac{3}{8} = \frac{29}{8}$

§. 80. Wenn man die Differenz zu dem subtrahirten Bruch wieder addirt, so kommt der erste Bruch heraus.

$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$; und $\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

§. 81. **Einen Bruch mit einem andern multipliciren**, heißt: von dem **ersten** ein solches Stück nehmen, als der **andere** anzeigt. Man theile demnach den **ersten** in so viele Theile, als des **andern** Nenner Einheiten hat, und nehme von diesen Theilen soviel, als des andern Zähler befiehlt. **Jenes** geschieht durch die Multiplication der **Nenner**, **dieses** durch die Multiplication der **Zähler**.

$\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} = \frac{3.5}{4.6} = \frac{15}{24}$

$\frac{3}{4}$ mit $\frac{5}{6}$ multipliciren, heißt demnach $\frac{5}{6}$ von $\frac{3}{4}$ nehmen, $\frac{3}{4}$ muß also in 6 gleiche Theile getheilt werden, weil der **Nenner** des **Multiplicators** 6 ist, und von diesen 6 Theilen nimmt man fünf.

§. 82. Die **Multiplication** mit einem **eigentlichen** Bruche gibt ein **kleineres Product**, als der **multiplicirte Factor** war; und das **Product** aus zween **eigentlichen Brüchen** ist **kleiner**, als jeder **Factor**. Z. E. $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$

Die

Die Helfte einer halben Ehle ist eine Viertel Ehle und also kleiner, als die halbe Ehle.

§. 83. Das **Quadrat eines Bruches** ist ein Bruch, dessen **Zähler** und **Nenner** das **Quadrat** des Zählers und Nenners der Wurzel sind. Z. E.

$$\left(\frac{5}{7}\right)^2 = \frac{5.5}{7.7} = \frac{25}{49}$$

§. 84. Der **Cubus eines Bruchs** ist ein Bruch, dessen **Zähler** und **Nenner** der **Cubus** des Zählers und Nenners der Wurzel sind. Z. E.

$$\left(\frac{4}{9}\right)^3 = \frac{4.4.4}{9.9.9} = \frac{64}{729}$$

§. 85. Wenn man einen **Bruch** durch eine **ganze Zahl** oder eine **ganze Zahl** durch einen **Bruch multiplicirt**, so wird nur der **Zähler** des Bruchs mit der **ganzen Zahl** multiplicirt; dann man kann die **ganze Zahl** als einen Bruch ansehen, dessen Nenner = 1 Z. E.

$$6.\frac{3}{4} = \frac{6}{1}.\frac{3}{4} = \frac{18}{4} = 4\frac{2}{4} = 4\frac{1}{2}$$

§. 86. **Brüche** werden durch **Brüche dividirt**, wenn man den **dividirenden** Bruch umkehrt, und alsdenn Zähler mit Zählern und Nenner mit Nennern multiplicirt. Z. E. soll $\frac{6}{10}$ durch $\frac{3}{4}$ dividirt werden, so kehrt man den **Divisor** $\frac{3}{4}$ um und sagt:

$$\frac{6}{10}.\frac{4}{3} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5}$$

§. 87. Soll eine **ganze Zahl** durch einen **Bruch dividirt werden**, so sieht man die ganze

Zahl

Zahl als einen Bruch an, dessen Nenner = 1 multiplicirt die ganze Zahl in den Nenner des Bruchs, und dividirt mit seinem Zähler in das Produkt. Z. E.

$$6 : \frac{3}{4} = \frac{6}{1} : \frac{3}{4} = \frac{6}{1} . \frac{4}{3} = \frac{24}{3} = \frac{8}{1}$$

§. 88. Ein **Bruch** wird durch eine **ganze Zahl dividirt**, wenn man die **ganze Zahl** mit dem Nenner des Bruchs multiplicirt, aus obigem Grund (§. 87) Z. E.

$$\frac{4}{5} : 6 = \frac{4}{5} : \frac{6}{1} = \frac{4}{5} . \frac{1}{6} = \frac{4}{30}$$

§. 89. Wenn man mit Zahlen rechnen soll, wo **Brüche** an **ganzen Zahlen** hängen, so bringe man alles unter **einerley Benennung**, und rechne alsdenn. Z. E.

$$(3 + \frac{2}{5}) : (5 - \frac{1}{2}) = (\frac{15}{5} + \frac{2}{5}) : (\frac{10}{2} - \frac{1}{2} = \frac{17}{5} : \frac{9}{2} = \frac{17}{5} . \frac{2}{9} = \frac{34}{45}$$

§. 90. Brüche, deren Nenner eine Potenz der Zehen sind, heissen **zehentheiliche Brüche**, oder **Decimalbrüche**; und Brüche, wenn ein Ganzes in 60 Theile, und jeder Theil wieder in 60 u. s. w. fortgetheilt wird, heissen **sechzigtheiliche Brüche** oder **Sexagesimalbrüche**. In diesen beyden Arten von Brüchen kann man alle 4 Rechnungsarten anbringen.

§ 91. Wer in der **Mathematik** fortkommen will, muß sich nach folgenden Grundregeln richten:

I. Eine jede Grösse ist sich selber gleich, und eine jede Grösse ist ihren würklichen Theilen zusammen genommen gleich.

$$8 = 8$$
$$8 = 5 + 3$$

II. Wenn zwo Grössen einer dritten gleich sind, so sind sie einander selber gleich.

$$6 = 4 + 2$$
$$6 = 5 + 1$$

folglich ist $5 + 1 = 4 + 2$

III. Wenn man Gleiches zu Gleichem addirt, so kommt Gleiches heraus.

$$8 = 6 + 2$$
$$4 = 4$$
$$8 + 4 = 6 + 2 + 4$$

Wenn man aber Gleiches zu dem Grösseren, und zu dem Kleinern addirt, so ist die Summe im ersten Fall grösser, als in dem andern.

$$a)\ \begin{array}{r}9\\4\\\hline 13\end{array}\qquad b)\ \begin{array}{r}5\\4\\\hline 9\end{array}$$

IV. Wenn man Gleiches von Gleichem subtrahirt, so bleibt Gleiches übrig.

$$9 = 7 + 2$$
$$6 = 6$$
$$9 - 6 = (7 + 2) - 6 = 3$$

Wenn man aber Gleiches von dem Grösseren und Kleineren subtrahirt, so bleibt in dem ersteren Fall mehr übrig, als in dem andern.

$$a)\ \begin{array}{r}9\\4\\\hline 5\end{array}\qquad b)\ \begin{array}{r}5\\4\\\hline 1\end{array}$$

V.) Wenn man Gleiches mit Gleichem multiplicirer, so kommt Gleiches heraus.

$$\begin{array}{l} 4 = 3 + 1 \\ 2 = 2 \\ \hline 4 \cdot 2 = (3 + 1) \cdot 2 = 8 \end{array}$$

Wenn man aber das Grössere und das Kleinere durch Gleiches multiplicirt, so ist das Product im ersten Fall grösser, als in dem andern.

$$\begin{array}{cc} a)\ \genfrac{}{}{0pt}{}{9}{4} & b)\ \genfrac{}{}{0pt}{}{5}{4} \\ \hline 36 & 20 \end{array}$$

VI.) Wenn man Gleiches mit Gleichem dividirt, so kommt Gleiches heraus.

$$\begin{array}{l} 8 = 6 + 2 \\ 4 = 4 \\ \hline 8 : 4 = (6 + 2) : 4 = 2 \end{array}$$

Wenn man aber das Grössere und das Kleinere durch Gleiches dividirt, so ist der Quotient in dem ersten Fall grösser, als in dem andern.

$$\begin{array}{cc} a)\ \genfrac{}{}{0pt}{}{25}{5} & b)\ \genfrac{}{}{0pt}{}{20}{5} \\ \hline 5 & 4 \end{array}$$

VII.) Was grösser oder kleiner ist, als die eine von zwoen gleichen Grössen, das ist auch grösser oder kleiner, als die andere von ihnen.

$$\begin{array}{l} 6 = 5 + 1 \\ 2 < 6 \\ \hline \text{folglich ist } 2 < 5 + 1 \end{array}$$

Auf diesen sieben Grundregeln beruhen die wichtigsten Entdeckungen.

Von

Zweyter Abschnitt.

Von Ausziehung der Quadrat- und Cubicwurzeln.

1) Von den Quadratwurzeln.

§. 92. Die **Quadratwurzel** aus einer gegebenen Zahl ausziehen, ist so viel, als diejenige Zahl finden, die durch sich selbst multiplicirt, die gegebene Zahl hervorbringt. Z. E. Die **Quadratwurzel** aus 36 ausziehen, heißt die Zahl finden, die durch sich selbst multiplicirt 36 bringt.

§. 93. Eine jede **Wurzel** kann man ansehen, als bestünde sie aus zween Theilen; dann eine Zahl mag groß oder klein seyn, so läßt sie sich in zween Theile theilen.

Z. E. $324 = 320 + 4$.

§. 94. Wenn eine **Wurzel** mehr, als zwo Zahlen hat, so darf man nur zwo oder mehrere als eine ansehen.

§. 95. Besteht die **Wurzel** aus 3, 4, 5 oder mehreren Theilen, so heißt man sie **drey** — **vier** — **fünf** — oder **vieltheilicht**, (oder **binomisch**, — **trinomisch** — **quadrinomisch** — **polynomisch**.) Z. E. die Summe $324 = 300 + 20 + 4$ ist **dreytheilicht**, dann sie besteht aus 3 Hunderten, 2 Zehnern und 4 Einern; die Summe $1219 = 1000 + 200 + 10 + 9$ ist **viertheilicht**,

dann

dann sie besteht aus 1 Tausender, 2 Hunderten, 1 Zehner und 9 Einern; u. s. w.

§. 96. Wenn man aus einer gegebenen Zahl die **Quadratwurzel** ausziehen will, so theile man diese Zahl in Classen von der Rechten gegen die Linke zu, und gebe jeder zwo Zifern, (dann so viele Theile hat die Wurzel, als Classen herauskommen) in der lezten Classe zur Linken kann auch eine Zifer stehen. Von dieser lezten Classe zur Linken suche man das **Quadrat**, das der Zahl in besagter Classe am nächsten kommt, in dem Wurzeltäfelein auf, ziehe es von den Zahlen dieser Classe ab, und setze die dazu gehörige Wurzel in die Stelle des **Quotienten**, als den **ersten Theil**. Diesen **ersten Theil** oder **Quotienten** duplire man, und dividire damit den **Rest**; der dadurch entstehende **zweite Quotient** ist der **zweite Theil**. Eben diesen **zweiten Theil** oder **Quotienten** setze man neben den **Divisor**, und **multiplicire** ihn sowohl mit sich selbst, als mit dem **Divisor**. Diß **Product** aus dem **zweiten Theil** in den **Divisorem**, und das **Quadrat** des **zweiten Theils** ziehe man von dem **dividirten Rest** ab, und was übrig bleibt, **dividire** man mit dem **doppelten Quotienten**, dessen zween Theile nur für einen Theil (§. 94.) angesehen werden, der aber **zweymal** genommen wird. Der neue oder **dritte Quotient** werde ebenfalls neben den **Divisorem**

gesetzt und wie das erstemal multiplicirt. Nach Abzug des Products von dem dividirten vorigen Rest setze man den neuen Rest und die folgende Classe herunter, die drey Quotienten zweymal genommen, als Divisorem darunter, und verfahre, wie gesagt. Diese Operation wird so lang fortgesetzt, biß entweder die Wurzel sich genau ergibt, oder biß man, wenn sie nicht genau gefunden werden kann, durch Anhängen je zwoer Nullen, die Division in Decimalbrüchen so lang fortgesetzt hat, als man für nöthig findet, um etwa den Fehler auf Millionentheilchen herabzusetzen, daß er kaum merklich ist.

```
Quadrat. 1|70|30|25 [ 1305 Quadratwurzel.
         1
         ----
          70
         (23)
          69
          ----
          1|30
          (2 60)
           0 00
           -----
            130|25
            (26 05)
            130 25
           --------
              0 0
```

§. 97. Will man die Quadratwurzel aus einer Zahl, die kein vollkommenes Quadrat ist, ausziehen, so geschieht solches durch Näherung, indem man der gegebenen Zahl so vielmal je und je zwo Nullen anhängt, als man glaubt,

daß

daß zur Näherung genug sey. Bey den angehängten Nullen ist es aber nicht nöthig, im Quotienten die Nenner, welche in den Decimalbrüchen fortgehen, würklich zu schreiben, wenn man nur durch ein Strichlein (,) nach den ganzen Zahlen anzeigt, daß jetzo die Decimalbrüche anfangen.

```
Quadrat. 3 [ 1, 73205 .... Quadratwurzel.
         1
         2'|0'0
           (27)
          1 89
            11'|0'0
            (3 43)
            10 29
               71'|0'0
              (34 62)
               69 24
                1 76|00
               (3 4 6 40)
                0 0 0 0 0
                1 7 6'0'0|0'0
                 ( 3 4 6 4 0 5)
                1 7 3 2 0 2 5
                      2 7 9 7 5 u. s. w.
```

§. 98. Wenn man die gefundene Wurzel mit sich selbst multiplicirt, und was übrig geblieben, zum Product addirt, so muß die gegebene Zahl wieder herauskommen; diese Operation nennt man die Probe der Quadratrechnung.

Z. E. 1305. 1305 = 1703025. (§. 96.)

(173205. 173205. 173205) + 27975 =

3,0000000000 (§ 97.)

In dem letzten Exempel kommt 3 mit so viel Nullen heraus, als angehängt waren.

§. 99. Wenn man aus einem **Bruch** die **Quadratwurzel** ziehen will, so muß man sie sowohl aus dem **Zähler**, als aus dem **Nenner** ziehen. (Z. E. $\sqrt{\frac{25}{49}}$ ist $\frac{5}{7}$)

2) Von den Cubikwurzeln.

§. 100. Die **Cubikwurzel** aus einer gegebenen Zahl ausziehen, heißt, diejenige Zahl finden, die, durch ihre **Quadratzahl** multiplicirt, die gegebene Zahl hervorbringt.

(Die **Cubikwurzel** aus 64 ziehen, heißt die Zahl 4 finden, die durch ihr **Quadrat** 16 multiplicirt, 64 macht.)

§. 101. Wenn man aus einer gegebenen Zahl die **Cubikwurzel** ausziehen will, so theile man diese Zahl in Classen von der Rechten gegen die Linke, und gebe jeder Classe drey Zifern, (**dann so viel Theile hat die Wurzel, als Classen heraus kommen**) die lezte Classe zur Linken kann auch zwo oder eine Zahl haben. Im Wurzeltäfelein suche man die **Cubikzahl**, welche derjenigen, so in der letzten Classe zur Linken steht, am nächsten kommt, ziehe sie davon ab, und setze die dazu gehörige **Wurzel** in die Stelle des **Quotienten**. Diesen **Quotienten**, als den **ersten Theil der Wurzel**, multiplicire man mit sich selbst, und das herauskommende **Quadrat** mit 3, setze das Product

duct unter die Cubikzahl so, daß die letzte Zifer unter die erste der folgenden Classe zu stehen komme, und **dividire**, so kommt der **andere Theil der Wurzel** heraus. Mit diesem multiplicire man in den **Divisor**, und setze das Product unter denselben. Man multiplicire alsdann das **Quadrat** des **zweiten Quotienten** mit dem **ersten Quotienten**, nehme diß Product 3 mal, und setze es um **eine** Zahl weiter zur Rechten; endlich erhebe man den **zweiten Quotienten** zum **Cubus**, und setze ihn abermal um **eine** Zifer näher zur Rechten. Die drey **Partialproducte addire** man, und ziehe die **Summe** von den unmittelbar über den **Partialproducten** und dem **Divisor** stehenden Zahlen ab. Fährt man auf diese Weise fort, so findet man endlich die verlangte **Cubiczahl**.

Z. E.

```
            Cubus.  47|437|928 [362 Cubicwurzel.
                    27|   |    [
                    --
                    20|437
          Divisor.  (27)
                   {162
  Partialproducte. {  324
                   {   216
                   ---------
           Summe.   19656
                   ---------
                        781|928
  Neuer Divisor.       (3888)
                   {   7776
  Partialproducte. {     432
                   {        8
                   -----------
           Summe.      781928
                   -----------
                        0  0
```

§. 102. Wenn man die Wurzel nicht genau finden kann, so sucht man sie durch Näherung, hängt, so viel man will, je drey und drey Nullen der gegebenen Zahl an, und verfährt, wie oben gesagt. Z. E.

```
Cubus.  67 [4,061 . . . . . . Cubicwurzel.
        64 [
       ----
         3|000
Divisor. (48)
          0000
       ---------
         3'0'0'0'|0'0'0
         (4800)
       ] 28800
Partial- >  4320
producte.]    216
       ------------
Summe.   2923416
       ------------
            7'6584'|0'0'0'
           (494508)
            494508
                1218
                   1
           ------------
Summe       49462981
           ------------
Rest.       27121019 u. s. w.
```

Bey diesem Exempel nähert man sich, durch die angehängte Nullen, dem wahren Werth der Wurzel in Decimalbrüchen so, daß der Fehler endlich unmerklich wird.

§. 103. Wenn man die Cubikwurzel wieder cubirt, d. i. 3 mal mit sich selbst multiplicirt, und den Rest zum Product addirt, so muß die gegebene Zahl wieder herauskommen; diß ist die

Probe

Probe der Cubicrechnung.

Z. E. 362. 362. 362 = 47437928. (§. 101) (4061. 4061. 4061) + 27121019 = 67,000000000 (§. 102.) Es kommt also die Zahl 67 mit denen in der Rechnung nach und nach angehängten Nullen wieder heraus.

Dritter Abschnitt.

Von Verhältnissen, Proportionen, Progressionen und der Rechnung in genannten Zahlen.

I. Von Verhältnissen.

§. 104. Eine **Verhältniß** entsteht durch die **Vergleichung zwoer Zahlen** oder **Grössen.**

§. 105. Diese **Vergleichung** geschieht entweder durch die **Subtraction** oder **Division.**

§. 106. Wenn sie durch die **Subtraction** geschieht, so drückt man sie durch das Zeichen der **Subtraction** (—) aus; geschieht sie aber durch die **Division**, durch das Zeichen der **Division** (:).

§. 107. Die zwo Zahlen in jeder **Verhältniß** heißt man **Glieder.** Das **eine** Glied sieht man als das **vorhergehende**, und das **andere** als das **nachfolgende** an; die Ordnung ist **willkührlich.**

§. 108. Zwo Verhältnisse, deren Glieder einerley Differenz oder einerley Quotienten haben, sind ähnliche und auch gleiche Verhältnisse. Z. E. $5-2 = 7-4$, wie auch
$16 : 4 = 12 : 3$.

1) Arithmetische Verhältniß.

§. 109. Wenn man durch die Subtraction untersucht, um wie viel eine Zahl grösser, als die andere ist, so betrachtet man diese beyden Zahlen in ihrer arithmetischen Verhältniß.
(Z. E. $20 - 5 = 15$)

§. 110. Wenn zwey Paar Zahlen einerley Unterscheid haben, so hat das vorhergehende Glied zum folgenden bey dem einen Paar eben die arithmetische Verhältniß, wie bey dem andern; man kann sie also gleich oder ähnlich nennen, weil sie sich durch Nichts unterscheiden.
(Z. E. $20 - 15 = 5$; und $35 - 30 = 5$)

2) Geometrische Verhältniß.

§. 111. Wenn man durch die Division untersucht, wie vielmal eine Zahl in der andern enthalten ist, oder was für ein Theil von einer in der andern steckt, so betrachtet man sie in ihrer geometrischen Verhältniß.
(Z. E. $6 : 2 = 3$; und $15 : 5 = 3$)

§. 112.

§. 112. Der **Quotient**, welcher andeutet, **wie vielmal** die kleinere Zahl in der grösseren enthalten ist, heißt der **Name der Verhältniß** oder **Exponent**.

§. 113. Wenn bey dem Wort: **Verhältniß** kein Beyname steht, so versteht man allemal die **geometrische Verhältniß** darunter.

II. Von Proportionen.

§. 114. Die **Aehnlichkeit** oder **Gleichheit** zwoer **Verhältnisse** heißt eine **Proportion**.

§. 115. Eine **Proportion** hat **vier** Glieder; das **erste** und **vierte** werden die **äussern**, das **zweite** und **dritte** aber die **mittlern** genannt.

§. 116. Wenn in einer **Proportion** das andere Glied der **ersten** Verhältniß und das **erste** Glied der **andern** Verhältniß **einerley** sind, so heißt sie eine **stetige** oder **zusammenhängende** Proportion; sind aber die bestimmten Glieder **unterschieden**, so ist sie eine **abgesonderte**.

§. 117. Bey den **Proportionen** ist die Redensart gewöhnlich: **wie sich verhält die erste Zahl zu der zwoten, so verhält sich die dritte zur vierten.**

1) Arithmetische Proportion.

§. 118. Die Aehnlichkeit oder Gleichheit zwoer Verhältnisse heißt eine arithmetische Proportion. (Z. E. $3 - 1 = 5 - 3$)

§. 119. In jeder arithmetischen Proportion muß gleichviel herauskommen, wenn man das zweite Glied vom ersten, und das vierte vom dritten, oder das erste vom zweiten und das dritte vom vierten abzieht. (Z. E. $5 - 3 = 8 - 6$, und $3 - 5 = 6 - 8$) Die Differenz ist jedesmal 2. Nach der erstern Proportion ($5 - 3 = 8 - 6$) besteht das erste Glied aus der Differenz und dem zweiten Glied, dann $3 + 2 = 5$, und das dritte Glied besteht aus der Differenz und dem vierten Glied dann $6 + 2 = 8$ Oder nach der andern Proportion ($3 - 5 = 6 - 8$) besteht das zweite Glied aus der Differenz und dem ersten Glied, das vierte Glied aber aus der Differenz und dem dritten Glied. Benannte Proportionen haben also, nach gegebener Erklärung, folgende Aehnlichkeit oder Gleichheit mit einander:

$$\left\{\begin{matrix} 5 - 3 = 8 - 6 \\ (3+2) - 3 = (6+2) - 6 \end{matrix}\right. \text{ oder } \left\{\begin{matrix} 3 - 5 = 6 - 8 \\ 3 - (3+2) = 6 - (6+2) \end{matrix}\right.$$

§. 120. Die Summe der beyden äussersten Glieder ist der Summe der beyden mittlern gleich. (Da in dem ersten Exempel (§ 119) das erste Glied aus dem zweiten und der Differenz der Glieder in beyden Verhältnissen, und das dritte Glied aus dem vierten und der Differenz besteht, oder, da nach dem andern Exempel das zweite

Glied

Glied aus dem ersten und der Differenz, das vierte Glied aber aus dem dritten und der Differenz besteht, so kommt, wenn man im ersten Exempel das zweite und dritte Glied addirt, die Summe des zweiten und vierten Glieds und der Differenz heraus, dann $3+8 = 11$ und $3+6+2 = 11$ oder, wenn man im andern Exempel das erste und vierte Glied addirt, so kommt die Summe des ersten und dritten Glieds und der Differenz heraus, folglich sind die beyden Summen einander gleich, dann $3+8 = 11$ und $3+6+2 = 11$.)

§. 121. Eine stetige oder zusammenhängende arithmetische Proportion ist z. E. $2 - 3 = 3 - 4$, und eine abgesonderte ist $4 - 2 = 8 - 6$.

§. 122. In einer stetigen arithmetischen Proportion ist die Summe der äussern Glieder noch einmal so groß, als die Summe des mittlern Glieds, das zweymal vorkommt. (Z. E. $2 - 3 = 3 - 4$.

§. 123. In einer stetigen arithmetischen Proportion kann man das mittlere Glied finden, wenn man die Summe der äussern Glieder halbirt oder dividirt.

(Man addire in der Proportion (§. 121.) $2+4$ und dividire die Summe 6 mit 2, so ist der Quotient 3 die mittlere Proportionalzahl.)

§. 124. Wenn man zu drey gegebenen Zahlen die vierte arithmetische Proportionalzahl finden will, so addire man die zwote und dritte

Zahl

Zahl, und ziehe von der **Summe** die **erste ab**, so bleibt die **vierte** übrig.

(Z. E. 4, 3, 6, seyen die gegebenen Zahlen; 6 + 3 = 9 und 9 − 4 = 5, oder die **vierte** Proportionalzahl. Die **Proportion** heißt nun 4 − 3 = 6 − 5)

§. 125. Wenn man die bey den **Proportionen** gewöhnliche Redensart (§. 117.) auf die **arithmetische Proportionen** anwendet, so hat sie folgenden Sinn: **Um wie viel die erste Zahl grösser oder kleiner ist, als die zwote, um eben so viel ist die dritte Zahl grösser oder kleiner, als die vierte.**

2) Geometrische Proportion.

§. 126. Die **Aehnlichkeit** oder **Gleichheit zwoer geometrischen Verhältnisse** heißt man eine **geometrische Proportion**. (z. E. 6 : 2 = 15 : 5.)

§. 127. Eine **stetige, geometrische Proportion** ist z. E. 2 : 6 = 6 : 18; und eine **abgesonderte, geometrische Proportion** ist 2 : 6 = 5 : 15.

§. 128. **Gleichnahmige oder ähnlich liegende** Glieder sind solche, welche in unterschiedenen Verhältnissen **einerley Stellen** einnehmen, oder **einerley Nahmen** führen.

(Z. E. in den **stetigen** Proportionen, 3, 6, 12 und 4, 8, 16, sind 3 und 4 die **ersten**, 6 und 8 die

die **mittlern**, (welche die Stellen der **andern** und **dritten** vertretten) 12 und 16 aber die **vierten** Glieder, folglich heissen 3 und 4, 6 und 8, 12 und 16, oder die **vordere, mittlere** und **hintere** Glieder, **åhnlich liegende Glieder.**)

§. 129. Das Product des **ersten** Glieds in das **vierte** ist gleich dem Product des **zweiten** Glieds in das **dritte**.

(Das Exempel sey 2 : 6 = 5 : 15. In diesem Exempel ist das **zweite** Glied 6 nichts anders, als das **erste** Glied 2 mit dem **Exponenten** 3 multiplicirt, und das **vierte** Glied 15 ist nichts anders, als das **dritte** Glied 5 mit dem **Exponenten** 3 multiplicirt. Man kann daher die Proportion auch folgendermassen schreiben 2 : (3. 2) = 5 : (3. 5.) Wenn man also das **erste** und **vierte** Glied multiplicirt, so sind die **Factores** 2. 3. 5, und wenn man das **zweite** und **dritte** Glied multiplicirt, so sind die **Factores** wieder 3. 2. 5, deßwegen muß in beyden Fällen **einerley** herauskommen.)

§. 130. Wenn drey Zahlen in **Proportion** stehen, so ist das Product aus den **äussersten** Gliedern der **Quadratzahl** des **mittleren** Gliedes gleich.

(In der **Proportion** 2, 6, 18 ist 2 . 18 = 36 und 36 = 6 . 6. (S. §. 127.)

§. 131. Wenn vier Zahlen in einer **Proportion** stehen, so verhält sich die **erste** zu der **dritten**, wie die **zwote** zu der **vierten**.

(Wenn man **zwo** Zahlen durch **einerley** Zahl **multiplicirt**, so sind die Producte in der nemlichen Ver-

Verhältniß, als wie die Zahlen, welche man **multiplicirt** hat. Z. E. Man hat 4 und 8. Beyde Zahlen **multiplicire** man durch 6, so hat man 24 und 48 oder **sechs Vierer** und **sechs Achter**. Es ist also klar, daß 4 Einheiten in 8 Einheiten eben so oft enthalten sind, als 4 **Sechser** in 8 **Sechsern**. Oben (§. 129.) war die **Proportion** gegeben 2:6 = 5:15 oder 2 : (3.2) = 5 : (3.5); dieses, nach dem gegenwärtigen Satz versetzt, giebt 2:5 = (3.2) : (3.5) und das Verhältniß zwischen 2 und 5 ist eben so, wie zwischen 3.2 und 3.5, weil diese letztern 2 Glieder nichts anders sind, als 3 und 5 durch 2 **multiplicirt**. Eben so ist es auch, wenn **zwo Zahlen** durch eine **dritte dividirt** werden, so verhalten sich die **Quotienten** wie die **dividirte Zahlen**, denn man kann diese letztern ansehen, als wenn sie durch die **Multiplication** des **Divisoris** und des **Quotienten** wären hervorgebracht worden.

§. 132. Die **mittlere, geometrische Proportionalzahl** kann man finden, wenn man zwo gegebene Zahlen mit einander multiplicirt, und aus dem Product die **Quadratwurzel** zieht.

(Z. E. 4. 9 = 36 und die $\sqrt{36}$ = 6, hieraus entsteht die Proportion: 4 : 6 = 6 : 9)

§. 133. Zu **drey** gegebenen Zahlen kann man die **vierte** finden, wenn man die **zwote** durch die **dritte multiplicirt**, und das Product durch die **erste dividirt**.

(Z. E. 4, 12, 5 seyen die gegebenen Zahlen; wird nun nach der Regel verfahren, so ist 12. 5 = 60 und 60 : 4 = 15, folglich die Proportion diese:
4 : 12 = 5 : 15.)

§. 132.

§. 134. Zu zwoen Zahlen kann man die dritte Proportionalzahl finden, wenn man die zwote durch sich selbst multiplicirt, und durch die erste dividirt.

(Die zwo Zahlen seyen 4, 12, so sagt man: 12. 12 = 144 und 144 : 4 = 36, also heissen die 3 Zahlen 4 : 12 = 36. Die vierte läßt sich nach §. 133. leicht finden.)

§. 135. Die gewöhnliche Redensart bey den Proportionen hat in der geometrischen folgenden Sinn: Wie vielmal die erste Zahl in der zwoten enthalten ist, oder die zwote in sich enthält, eben so vielmal enthält die dritte Zahl die vierte, oder ist in ihr enthalten.

III. Von Progressionen.

§. 136. Eine Reihe Zahlen, die in einer gewissen Vergleichung zu- oder abnehmen, nennt man eine Progression.

1) Arithmetische Progression.

§. 137. Eine Menge Zahlen, die in stetigen arithmetischen Verhältnissen fortgehen, und nach einerley Differenz zu oder abnehmen, heißt eine arithmetische Progreßion oder Reihe.

(In der zunehmenden Reihe 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, und in der abnehmenden Reihe 21, 18, 15, 12, 9, 6, 3 ist die Differenz immer einerley, nemlich 3.)

2)

2) Geometrische Progreßion.

§. 138. Eine Menge Zahlen, die in lauter stetigen, geometrischen Verhältnissen fortgehen, und nach einerley Exponenten zu oder abnehmen, heißt eine geometrische Progreßion oder Reihe.

(Die zunehmende Progression 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, und die abnehmende Progression 384, 192, 96, 48, 24, 12, 6, 3 haben einerley Exponenten, nemlich 2. Wenn im ersten Fall die vorhergehende Zahl mit dem Exponenten multiplicirt wird, so ist das Product die folgende Zahl der Progreßion, und ist 2mal so groß, als die vorhergehende. Wenn im andern Fall die vorhergehende Zahl durch den Exponenten dividirt wird, so ist der Quotient die nächstfolgende Zahl, welche allezeit die Helfte von der vorhergehenden ist.)

§. 139. Eine geometrische Reihe ist gegeben, wenn das erste und andere Glied gegeben sind.

(Aus der Lehre von den Proportionen ist bekannt, (§. 134.) daß man die dritte Proportionalzahl finden könne, wenn man die andere durch sich selbst multiplicire, und durch die erste dividire. Wenn die Progreßion aus den Zahlen 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256 besteht, so theile man sie in einzelne Paare ab, und verfahre nach der gegebenen Regel.

Gegebene Paare.	II Glied.		Prod. I Glied		Quot.
a) (2, 4)	4 . 4	=	16 : 2	=	8
b) (4, 8)	8 . 8	=	64 : 4	=	16
c) (8, 16)	16 . 16	=	256 : 8	=	32
d) (16, 32)	32 . 32	=	1024 : 16	=	64
e) (32, 64)	64 . 64	=	4096 : 32	=	128
f) (64, 128)	128 . 128	=	16384 : 64	=	256

Es sind also das erste und andere Glied (2, 4,) nebst den entstandenen Quotienten (8, 16, 32, 64, 128, 256) obiger Progreßion vollkommen gleich.)

§. 137. Wenn das erste Glied nicht 1 ist, so dividire man alle Glieder durch dasselbe, diß gibt eine Reihe, die in eben der vorigen Verhältniß fortgeht, und 1 zum ersten Glied hat.

(Z. E. 2; 4; 8; 16; 32; 64; 128; 256 gibt
1; 2; 4; 8; 16; 32; 64; 128;

Dann wenn zwo Zahlen mit einerley Zahl dividirt, oder multiplicirt werden, so bleiben die Producte oder Quotienten in eben der Verhältniß.)

IV. Von der Rechnung in genannten Zahlen.

§. 138. Genannte Zahlen sind solche, denen am Ende der Name ihrer Einheit beygefügt wird. z. E. 5 Gulden, 6 Thlr., 3 Groschen, 7 Kreuzer.

§. 139. Weil man nur Zahlen von einerley Art oder Einheit zusammenzählen kann, so kann man die vier Rechnungsarten nicht eher auf die genannte Zahlen anwenden, biß solche unter einerley Benennung gebracht sind.

(Man muß also den Werth des Geldes, Gewichts und Maases wissen, der in der Gegend, worinn man lebt, bekannt ist.)

1) Die vier Rechnungsarten.

§. 140. Addition.

5 fl.	30 Kr.	5 Heller.
2 fl.	50 Kr.	3 —
—	40 —	1 —
9 fl.	1 Kr.	3 —

(Vorausgesezt, daß nicht in allen Orten gleichviel Heller auf einen Kreuzer gehen, sagt man: 5 und 3 und 1 Heller geben 9 Heller; gehen z. E. 6 Heller auf 1 Kr. so setzt man nur 3 Heller unter den Strich, und behält die 6 als eine Einheit der Kreuzer in die nächstfolgende Stelle der Kreuzer, wo es heißt: 30 und 50 geben 80 und 40 dazu nebst dem behaltenen Kr. geben 121 Kreuzer, oder (weil 60 Kr. 1 fl. machen,) zusammen 2 fl. 1 Kr. Man sezt also 1 Kr. in die Stelle der Kr. und behält zween Gulden für die Stellen der Gulden, wo es abermal heißt: 5 und 2 geben 7 fl. und 2 behalten, geben 9 fl.)

§. 141. Subtraction.

3 fl.	2 Kr.	3 H.
2 fl.	20 Kr.	5 —
— fl.	41 Kr.	4 H.

(5 Heller von 3 Hellern lassen sich nicht abziehen, man entlehnt also aus der Stelle der Kreuzer einen Kreuzer, d. i. 6 Heller; diese zu 3 addirt geben 9 Heller; von 9 Hellern lassen sich 5 abziehen, der Rest ist 4 Heller. Ferner: 20 Kr. von 1 Kr. (weil 1 Kr. für die Heller entlehnt wurde,) lassen sich nicht abziehen, man entlehnt also aus der Stelle der Gulden 1, welche Einheit 60 Kreuzer macht; 20 Kr. (von 61 lassen 41 übrig. Endlich 2 fl. von 2 fl. weil 1 fl. in die Stelle der Kr. entlehnt wurde,) lassen nichts. Also ist der Rest 41 Kr. 3 Heller.)

§. 142. Multiplication.

2 fl. 23 Kr.) multiplicirt mit 3.
3
6 fl. 69 Kr.

(Da 69 Kr 1 fl. 9 Kr machen, so ist 6 fl. 69 Kr. so viel, als 7 fl 9 Kr. Man kann aber in der Operation die 60 Kr. welche 1 fl. ausmachen, im Sinn behalten, und wenn man die Gulden **multiplicirt** hat, diesen im Sinn behaltenen Gulden dazu addiren.)

§. 143. **Division.**

Wenn man 3 fl. 20 Kr. unter 4 Personen theilen will, so müssen zuerst die Gulden zu Kreutzern gemacht, das **Product** zu den benannten Kreutzern **addirt** und die ganze Summe durch 4 **dividirt** werden.

(z. E. fl. 3 . 60 = 180 Kr.
dazu addirt obige 20 Kr.

giebt 200 Kr.
Diese Summe dividirt durch 4 } = 50 Kr.

Sollte sich in ähnlichen Rechnungen der **Quotient** über 60 belauffen, so muß man mit 60 dividiren; der **Quotient** wird die Gulden bestimmen, und was übrig bleibt, sind Kreutzer.)

§. 144. Wenn man einen Bruch schnell in **genannten** Zahlen ausdrücken will, so multiplicire man den Zähler des Bruchs in die Anzahl der Einheiten, die auf die gegebene Grösse gehen, und **dividire** das Product durch den Nenner.

Z. E. bey $\frac{6}{7}$ fl wird der **Zähler** mit 60 **multiplicirt**, und durch den **Nenner dividirt**, was im **Quotienten** herauskommt, sind Kreutzer; und was übrig bleibt, sind Brüche von Kreutzern, die auf eine ähnliche Art in Heller verwandelt werden können. Das Exempel sieht folgendermassen aus:

$\frac{6}{7}$ fl. = $\frac{6.60}{7}$ = $\frac{360}{7}$ = $51\frac{3}{7}$ Kr.

und

$\frac{3}{7}$ Kr. = $\frac{3.6}{7}$ = $\frac{18}{7}$ = $2\frac{4}{7}$ Heller.

Es ist also der Bruch $\frac{6}{7}$ fl. = 51 Kr. $2\frac{4}{7}$ Heller.)

2) Die Regel de Tri nebst den dabey zu gebrauchenden Vortheilen.

§. 145. Die **Regel de Tri** lehrt, wie man zu **drey** gegebenen Zahlen die **vierte geometrische Proportionalzahl** finden soll.

(Diß geschieht nun in genannten Zahlen folgendergestalt:

Z. E. 100 fl. **Capital geben 5 Gulden Zinß, was geben** 250 fl. **Capital?**

Oder: **Cap.** 100 fl : 5 fl **Zinß** = 250 fl **Cap.** : X.

Hier wird das **zweite** Glied 5 mit dem **dritten** Glied 250 multiplicirt, und das herauskommende **Product** 1250 durch das erste Glied 100 **dividirt**, so ist der **Quotient** 12 ½ fl. die gesuchte **vierte Proportionalzahl**, die oben mit dem Buchstaben X inzwischen bezeichnet worden. Will man die vorstehenden Glieder noch mehr der mathematischen Ordnung gemäß einrichten, so kann man auch sagen:

100 fl. **Cap.** verhalten sich zu 250 fl. **Cap.** wie sich verhalten 5 fl. **Interesse** zu dem gesuchten **Interesse** oder der **vierten Proportionalzahl.**

100 fl. **Cap** : 250 fl **Cap.** = 5 fl **J** : X

Da nun X = 12 ½ fl. so ist die Proportion folgende:

100 fl. **Cap.** : 250 fl. **Cap.** = 5 fl. **Int** : $12\frac{1}{2}$ fl. **Int.**)

§. 146. Wenn die Glieder nicht in gehöriger Ordnung auf einander folgen, sondern erst versetzt werden müssen, wenn man das Gesuchte richtig finden soll, so nennen es einige die **verkehrte Regel de Tri.**

(**Die Glieder seyen 100 fl. Cap. und 250 fl. Cap. und 5 fl. Interesse.**

Hier verfährt man, wie folgt:

Man setzt in die zwey ersten Glieder diejenige Zahlen, die gleiche Benennungen haben, nemlich **Capital** und **Capital**, in das dritte Glied aber die übrige gegebene Zahl, nemlich das **Interesse**. Wenn nun hier von einem Interesse zu 5 pr. Cent die Rede ist, so sieht man leicht, daß die Zahl im **vierten** Glied grösser seyn müsse, als die Zahl im **dritten** Glied, und eben deswegen muß auch in das **zweite** Glied die **grössere** Zahl gesetzt werden. In diesem Fall sieht das Exempel folgendergestalt aus:

100 fl. Cap : 250 fl Cap. = 5 fl. Int : 12½ fl. Int.

Wenn aber die Zahl im **vierten** Glied kleiner seyn muß, als im **dritten**, so setzt man die **grössere** der **gleichnamigten** Zahlen in das **erste** Glied, und alsdenn heißt das Exempel:

250 fl : 100 fl = 12½ fl. Int. : 5 fl. Int.)

§. 147. Die **zusammengesetzte Regel de Tri** ist, wo die **Regel de Tri** mehr als einmal angebracht und zu fünf gegebenen Grössen die sechste gefunden wird. Sie heißt auch **Regula de Quinque**, (die **Regel von Fünfen.**)

(Wenn 60 fl Cap. in 5 Jahren 15 fl. Interesse bringen, was bringen 30 fl. Cap. in 8 Jahren?

Hier sucht man 1) durch die **Regel de Tri**, wie viel Interesse 30 fl. Cap. in 5 Jahren bringen. und 2) wie viel Interesse 30 fl. Cap. in 8 Jahren bringen. Die erste Frage ist also:

Wie viel Interesse bringen 30 fl. Capital in 5 Jahren?

Cap. 60 fl: Cap. 30 fl = Inter. 15 fl : Inter. X.

$$\frac{15 \cdot 30}{60} = \frac{450}{60} = 7\tfrac{1}{2} \text{ fl. Inter.} = X.$$

Die zwote Frage ist:

Wie viel Interesse bringen 30 fl. Cap. in 8 Jahren?

Jahr 5 : Jahr 8 = $7\frac{1}{2}$ fl. Inter. : X.

$$\frac{15}{2} \cdot 8 = \frac{120}{2} : \frac{5}{1} = \frac{120}{2} \cdot \frac{1}{5}$$

$$= \frac{120}{10} = 12 \text{ fl. Int.} = X.)$$

§. 148. Weil es aber klar ist, daß 5mal 60 fl. Capital in 1 Jahr eben so viel Interesse geben, als 60 fl. Capital in 5 Jahren, und 8mal 30 fl. Cap. in 1 Jahr eben so viel bringen, als 30 fl. Cap. in 8 Jahren, so kann man auch sagen:

$(60 \times 5) : (30 \times 8) = 15 : X$

oder:

oder:

300 : 240 = 15 : X
240

600
30

36 | 00 |
33 | 00 | 12 fl = X.

§. 149. Durch nachfolgendes Exempel kann sowohl die zusammengesetzte, als verkehrte Regel de Tri erläutert werden.

(**Vier Weber werden mit 100 Ehlen Leinwand in 2 Monaten fertig, wie viel müssen Weber arbeiten, um 900 Ehlen Leinwand in 6 Monaten zu bekommen?**

Man sieht hier bald, daß, wie oben das **Capital** und die **Zeit** die Ursache von dem **Interesse** gewesen sind, also auch hier die **Menge der Weber** und eine gewisse **Zeit** eine bestimmte Zahl von Ehlen hervorbringen. Man muß daher das gegebene Exempel folgendergestalt ordnen:

I. Glied.	II. Glied.
zu 100 Ehlen Leinw. (werden erfordert)	[4 Weber × 2 Mon.]
III. Glied.	**IV. Glied.**
zu 900 Ehlen Leinw. (sind also nöthig)	[y Weber × 6 Mon.]

oder:

I. Gl. II. Gl. III. Gl. IV. Gl.
100 : (4.2) = 900 : (y × 6)

Hier ist in dem **vierten** Glied nur der eine **Factor** 6 bekannt, der andere **Factor** aber, der inzwischen mit y bezeichnet ist, und die Zahl der **Weber** andeutet, ist eben das, was man finden soll. Wenn man nun durch die **Regel de Tri** das **vierte** Glied erhalten hat, und dasselbe durch den einen **Factorem** 6 dividirt, so kommt der andere **Factor** y heraus.

$$\frac{\begin{array}{r}900\\8\\\hline 7200\end{array}}{100} = 72$$

Diese 72 **dividirt** man durch 6, so bekommt man den **Quotienten** 12, welche Zahl den Werth von y oder die Zahl der **Weber** andeutet. Man kann auch wie (§. 146.) bemerkt worden, diß Exempel ebenfalls der mathematischen Ordnung noch gemäßer also setzen:

$$100 : 900 = 8 : (y \times 6)$$

welches aber in der Rechnung, wie der Augenschein weiset, völlig einerley ist.)

§. 150. Zuweilen muß man die **Regel de Tri** öfters, als einmal anbringen, wie solches in der **Gesellschaftsrechnung** geschieht.

(Wenn z. E. Mehrere zusammenlegen, und **Gewinn** oder **Verlust** nach Proportion des Eingelegten miteinander theilen sollen, so wendet man die **Regel de Tri** so oft an, als Personen bey der Einlage interessirt sind, weil sich das ganze zusammengelegte Geld zum ganzen Gewinn oder Verlust eben so verhält, wie sich die Einlage eines jeden zu seinem Antheil an dem Gewinn oder Verlust verhält.

z. E. **Einlage des ersten**		12 fl.	A
—	**zweiten**	6 fl.	B
—	**dritten**	4 fl.	C
		22 fl.	

Wenn man nun voraussetzt, daß diese drey Personen 12 fl. miteinander gewonnen, so geschieht die Rechnung, ein wenig abgeändert, folgendergestalt:

22 fl. ganze Einlage verhält sich zu 12 fl. als dem ganzen Gewinn, wie sich verhalten 12 fl. (6 fl.) (4 fl.) als die Einlage des ersten (zweiten) (dritten) zu seinem Antheil an dem Gewinn.

A.

A. 22 fl. : 12 fl. = 12 fl. : X.

12
———
24
12
———
(1
2(2
144 | $6\frac{12}{22} = 6\frac{6}{11}$ fl. G. von A. = X.
22

B. 22 fl : 12 fl = 6 fl : X.

6
———
1(6
72 | $3\frac{6}{22} = 3\frac{3}{11}$ fl. G. von B. = X.
22

C. 22 fl : 12 fl = 4 fl : X.

4
———
(4
48 | $2\frac{4}{22} = 2\frac{3}{11}$ fl. G. von C. = X.
22
———
= 12 fl. ganz. Gewinn.

§. 151. Die sogenannte **Vermischungsrechnung** ist mit der **Gesellschaftsrechnung** einerley, und lehrt, wie man aus der gegebenen Verhältniß der einfachen Materien finden soll, wie viel von jeder einfachen Materie zu einer verlangten Menge der vermischten Materien komme.

Istes Exempel.

Zu Verfertigung des **Schießpulvers** wird das Verhältniß solchergestalt gegeben, daß man zu 32 Loth Salpeter 6 Loth Kohlen und 4 Loth Schwefel nehmen soll. Die Summe dieser 3 Stücke beträgt 42 Loth. Da man nun nach der gegebenen Proportion 4 Pfund oder 128 Loth Schießpulver verfertigen soll, so sagt

 man:

man: Wie sich verhält das erste ganze Gewicht von 42 Loth zu dem andern ganzen und verlangten Gewicht von 128 Loth, so verhalten sich 32 Loth Salpeter zu demjenigen Salpeter, den ich zu dem grössern Gewicht brauche. Diese Anwendung macht man bey einem jeden einzelnen Bestandtheile des Schießpulvers.

Istes Exempel.

A. 42 Loth : 128 L. = 32 L. Salpeter : X.

```
        32
      ----
       256
       384
     -----
  (2
  33
  41(2
  409 6 | 97 22/42 = 97 11/21 L. S. = X.
  42 2
  4
```

$97\frac{22}{42} = 97\frac{11}{21}$ L. S. = X.

B. 42 L. : 128 L. = 6 L. Kohlen : X.

```
         6
     -----
  (1
   2
  34(2
  76 8 | 18 12/42 = 18 6/21 L. K. = X.
  42 2
  4
```

$18\frac{12}{42} = 18\frac{6}{21}$ L. K. = X.

C. 42 L. : 128 L. = 4 L. Schwefel : X.

```
         4
      ----
   1
  18(8
  51 2 | 12 8/42 = 12 4/21 L. S. = X.
  42 2
  4
```

$12\frac{8}{42} = 12\frac{4}{21}$ L. S. = X.

= 128 L. oder 4 Pf. Schießpulver.

Die

Die Reduction aus **Quentchen** in **Lothe**, aus **Lothen** in **Pfunde**, und aus **Pfunden** in **Centner** ist in diesen und ähnlichen Rechnungen leicht vorzunehmen, wenn man weiß, daß 4 Quintgen 1 Loth, 32 Loth ein Pfund; 100 Pf. oder 110 Pfund 1 Centner machen.

IItes Exempel.

Der Königl. Preuss. erste Generalchirurgus, Herr **Schmucker**, hat ein **äusserliches** Mittel erfunden, das er **kalte Fomentation** betitelt, und in Quetschungen, Hirnerschütterungen, leichten und schweren Hauptwunden u. s. w. nach vorausgesetzten Aderlassen, unter Verbindung innerlicher temperirender und ableitender Mittel, statt der bisher gewöhnlichen warmen Umschläge, mit dem grösten Nutzen gebraucht. Die ganze Composition dieses vortreflichen Heilmittels besteht aus 40 Pfund Brunnenwasser, 4 Pfund Weinessig, 16 Unzen Salpeter und 8 Unzen Salmiac. Will man eine kleinere Quantität dieser **kalten Fomentation**, (in die man Kompressen taucht, solche leicht ausdrückt und so oft, als sie trocken werden, wiederholt,) z. E. nur 4 Pfunde haben, so verwandle man zuvor die medicinische **Pfunde** in **Unzen**, und addire sie alsdenn zu den übrigen gegebenen Grössen. Da nun 12 Unzen ein medicinisches Pfund ausmachen, so machen 40 Pfund 480 Unzen und 4 Pfunde 48 Unzen. Die Rechnung ist folgende:

480 Unzen		Wasser
48 U.	—	Weinessig.
16 U.	—	Salpeter.
8 U.	—	Salmiac.

geben die Summe von 552 Unzen. Diese Summe ist das ganze Gewicht und verhält sich zu den 4 Pfunden oder 48 **Unzen**, als dem **verlangten** Gewicht, wie sich eine jede der vier gegebenen Ingredientien

zu

zu derjenigen Portion verhält, die man von einem jeden einzelnen Stück nehmen muß, um das verlangte Gewicht zu erhalten.

A. 552 : 48 = 480 : X.

```
      480
     3840
     192
    (0
   (41
   196(8
   2304 8
   552 2
   55
```

$41\frac{408}{552} = 41\frac{17}{23}$ U. Wasser = X.

B. 552 : 48 = 48 : X.

```
      48
     384
    192
    1(96
   23 04
   5 52
```

$4\frac{96}{552} = 4\frac{4}{23}$ U. Weinessig = X.

C. 552 : 48 = 16 : X.

```
      16
     288
     48
   (216
    768
    552
```

$1\frac{216}{552} = 1\frac{9}{23}$ U. Salpeter = X.

D. 552 : 48 = 8 : X.

```
       8
     384
     552
```

$\frac{384}{552} = \frac{16}{23}$ U. Salmiac = X.

= 48 Unzen g. Gewicht.

Bey

Bey der Verwandlung der Unzen in kleinere Gewichte muß man wissen, daß 1 Unze 2 Loth, 1 Loth 4 Quintgen, 1 Quintgen 3 Scrupel, und 1 Scrupel 20 Gran ausmachen.

III. Exempel.

Die **Arquebusade**, oder das **Schußwasser**, welches der Kön. Pr. dritte Generalchirurgus, Herr **Theden**, als Erfinder, bey Verblutungen, frischen Wunden, Quetschungen, Verbrennen, Gliedschwämmen u. s. w. mit grossem Vortheil gebraucht, besteht aus 3 Pfunden Weineßig, 3 Pf. rectificirtem Weingeist, 1 Pfund weissem Zucker, und zehen Unzen Vitriolgeist. Will man von diesem bewährten Mittel, (das man kalt oder warm mit Kompressen, die man, wenn sie trocken werden, wieder befeuchtet, umschlägt) z. E. nur 20 Unzen haben, so verfährt man, wie beym IIten Exempel gemeldet worden. Da 3 Pfund so viel, als 36 Unzen sind, so geben

36	Unzen	Weinessig
36	U.	Weingeist,
12	U.	Zucker,
10	U.	Vitriolgeist,

die Summe von 94 Unzen.

Setzt man diß **ganze Gewicht** mit dem **verlangten** Gewicht von 20 Unzen, und jedes **Ingrediens** mit jeder einzelnen gesuchten Grösse in eine **Pro**-

portion, so gibt es folgende Rechnung:

A. 94 : 20 = 36 : X.

```
       36
      720
   (6
    8(2
    72 0 | 7 62/94 = 7 31/47 U. Essig. = X.
    94
```

B. 94 : 20 = 36 : X.

```
       36
      120
       60
   (6
    8(2
    72 0 | 7 62/94 = 7 31/47 U. Weingeist. = X.
    9 4
```

C. 94 : 20 = 12 : X.

```
       12
   (5
    6(2
    24 0 | 2 52/94 = 2 26/47 U. Zucker. = X.
    9 4
```

D. 94 : 20 = 10 : X.

```
       10
   (1
    2(2
    20 0 | 2 12/94 = 2 6/47 U. Vitriolg. = X.
    9 4  |        = 20 U. ganzes Gewicht.)
```

§. 152. Die welsche Practica lehrt, wie man bey der Regel de Tri einige Vortheile anbrin- gen

gen soll. Einer der vorzüglichsten besteht darinn, daß man das erste und zweite Glied, wenn es angeht, durch einerley Zahl dividirt, und sodann die herauskommenden Quotienten statt der dividirten Zahlen in der Rechnung gebraucht, wodurch dann nothwendiger Weise eine grosse Erleichterung entsteht, weil diese Quotienten allezeit kleinere Zahlen sind. Daß dardurch in der Verhältniß selbst keine Verminderung entstehe, ist dadurch klar, weil allezeit zwo Zahlen, wenn sie durch eine andere entweder dividirt oder multiplicirt werden, immer in der nemlichen Verhältniß bleiben.

Istes Exempel.

500 fl. Cap: geben 60 fl. Interesse, was geben 75 fl. Cap.? oder

500 fl. Cap: 75 fl. Cap. = 60 fl. Int.: X.

Hier kann man das erste und zweite Glied durch 25 genau theilen, und bekommt also

20 fl. Cap: 3 fl. Cap. = 60 fl. Int.: X.

Ferner kann man das erste und dritte Glied durch 10 theilen, und bekommt also

2 fl. Cap: 3 fl. Cap. = 6 fl. Int.: X.

6

---

18 | 9 fl. = X. = dem gesuchten
2 | vierten Glied, oder Interesse.

IItes Exempel.

560. fl. Cap. geben in 10 Jahren 200 fl. Zinß, wie groß muß das Capital seyn, wenn

man

man in 5 Jahren 1000 fl. Zinß bekommen will?

Nach der (§. 149.) gegebenen Anleitung wird das Exempel folgendergestalt gesetzt:

I. Glied. II. Glied.
200 fl. **Zinß**: (500 fl. **Cap.** ⋈ 10 **Jahr**)
III. Glied. IV. Glied.
1000 fl. **Zinß**: (y **Cap.** ⋈ 5 **Jahr**)
oder

200 fl. **Z**: 1000 fl. **Z.** = (500 fl. **Cap.** ⋈ 10. **J.**) : (y **Cap.** ⋈ 5 **Jahr**)

d. i.

200 : 1000 = 5000 : (y ⋈ 5)

Hier dividirt man das **erste** und **zweite Glied** durch 200, und bekömmt demnach

1 : 5 = 5000 : (y ⋈ 5)

Nimmt man nun die gewöhnliche Rechnung vor, so ist das ganze **vierte** Glied 5. 5000, oder 25000, weil **Eins** nicht dividirt. Da nun im 4ten Glied ein unbekannter und ein bekannter Factor zu finden, so dividirt man 25000 durch den bekannten Factor 5, und bekömmt dardurch den Quotienten 5000, welcher der Werth von dem unbekannten Factor y, oder das gesuchte Capital ist.)

§. 153. Nachdem, was vorausgesezt worden, wird man nunmehr im Stande seyn, die sogenante **Reesische** Regel zu gebrauchen.

(Sie besteht in folgendem:

Man zieht 1) auf dem Papier eine gerade Linie gegen sich herunter, damit man zwo **Columnen** oder

der

Abtheilungen bekomme. 2) In die eine Columne wird die **Ursache** von einer gewissen **Würkung**, in die gegenüberstehende Columne aber die **Würkung** selbst gesezt. Wenn z. E ein gewisses **Capital** und eine gewisse **Zeit**, um ein bestimmtes **Interesse** zu erhalten, erfordert wird, so kommt das Capital und die **Zeit**, welche die gemeinschaftliche **Ursache** ausmachen, in die eine Columne, und hingegen das **Interesse**, als die **Würkung** dieses **Capitals** und der **Zeit**, in die andere Columne. 3) Die Glieder werden auf folgende Weise abgewechselt; a) zuerst wird ein Glied, welches eine gewisse Benennung hat, und das man als eine **Ursache** ansehen kann, auf die **rechte** Seite und seine **Würkung** auf die **linke** Seite gesetzt, b) wenn diß geschehen, so setzt man ein anderes Glied, das ebenfalls als eine **Ursache** betrachtet wird, und das mit der vorigen Ursache einerley Benennung führt, auf die **linke**, und hingegen seine Würkung auf die **rechte** Seite. c) Wenn auch noch so viele Sätze vorkommen, so müssen in der einen Columne eben die Benennungen anzutreffen seyn, welche man in der andern Columne findet. 4) Die **unbekannte** Zahl, welche man sucht, wird durch einen Buchstaben, Stern, oder anderes Zeichen bemerkt. 5) Wenn man alle Zahlen der einen Columne, in welcher sich die unbekannte Zahl nicht befindet, mit einander multiplicirt, und hernach das daraus entstehende **Product** mit dem **Product** aller Zahlen, welche die andere Columne enthält, wo die unbekannte Zahl ist, dividirt, so ist der **Quotient** diese erst besagte unbekannte Zahl. 6) Um diese Rechnung zu erleichtern, dividirt man vorher noch, die Zahlen beyder Columnen, so oft sie sich neimlich durch einerley Zahl auf beyden Seiten dividiren lassen, und rechnet alsdann nur mit den Quotienten. Nachstehende Exempel werden das Vorstehende mehr erläutern.

Istes Exempel.

600 fl. Cap. geben in 6 Jahren 50 fl. Interesse, was geben 1600 fl. Cap. in 4 Jahren? Hier setzt man die 600 fl. Cap. und die 6 Jahre Zeit, als die Ursache, in die Columne linker Hand, und hingegen die 50 fl. Zinß, als die Würkung, in die Columne rechter Hand. Weil nun nach der oben gegebenen Regel die Sätze so abwechseln müssen, daß die Benennungen, welche auf der einen Seite sind, auch auf der andern seyn müssen, so kommen jetzt die 1600 fl. Capital und die vier Jahre Zeit, als die Ursache, in die Columne rechter Hand, und hingegen die Würkung davon, oder das zu findende Interesse, mit dem Buchstaben X in die Columne linker Hand.

(600 fl. Cap.	50 fl. Interesse.
(6 Jahr.	1600 fl. Cap.)
X. Inter.	4 Jahr.)

Da man nun in beyden Columnen mit einerley Zahl dividiren darf, wenn es angeht, so dividirt man in gegenwärtigem Exempel
1) auf beyden Seiten mit 100, und bekommt

(6 fl. Cap.	50 fl. Interesse.
(6 Jahr.	16 fl. Cap.)
X Inter.	4 Jahr.)

2) auf beyden Seiten mit 2, so erhält man

(3 fl. Cap.	25 fl. Inter.
(6 Jahr.	16 fl. Cap.)
X Inter.	4 Jahre.)

3) auf beeden Seiten abermal mit 2, so erhält man

(3 fl. Cap.	25 fl. Inter.
(3 Jahr.	8 fl. Cap.)
X Inter.	4 Jahr.)

Weil

Weil jetzt auf beyden Seiten mit **einerley** Zahl nicht mehr dividirt werden kann, so müssen alle Zahlen, die in der Columne, worinn die unbekannte Zahl nicht steht, mit einander multiplicirt werden, nemlich hier in dem lezt gegebenen Exempel 25. 8. 4 = 800. Eben so werden auch die Zahlen in der andern Columne mit einander multiplicirt, nemlich 3. 3 = 9. Mit diesem **lezten** Product wird, wie schon gemeldet, das **erstere** Product dividirt, und der **Quotient** zeigt an, was der Werth von X sey.

8(8	
8~~0~~ ~~0~~	$88\frac{8}{9}$ fl. **Interesse = X.**
9 9	

IItes Exempel.

200 Soldaten machen in 24 Tagen eine Schanze, wie viel Soldaten braucht man, wenn die Schanze in 6 Tagen fertig werden soll?

(200 Sold.	1 Schanz.
(24 Täge.	6 Tä .)
1 Schz.	* Sold.)

Nach geschehener Division mit 6 bekommt man

(200 Sold.	1 Schanz.
(4 Täge.	1 Tag.)
1 Schz.	* Sold.)

Das Product auf der einen Seite ist also hier 800. und da auf der andern Seite, worinnen die unbekannte Zahl steht, nichts als **Einer** vorkommen, und mit diesen nicht dividirt werden kann, so bleiben die 800 der Werth von *, oder der gesuchten Menge Soldaten.

§. 154. Wenn Brüche vorkommen, so werden die Nenner ausgestrichen, und wechselsweiß in die entgegengesezte Columne als ganze Zahlen gebracht, und sodann die Rechnung auf die vorige Weise gemacht.

Z. E. 50 Menschen trinken in 3 Wochen $5\frac{1}{2}$ Eimer Bier, was trinken 30 Menschen in 2 Wochen?

(50 Menschen.	$5\frac{1}{2}$ Eimer Bier.
(3 Wochen.	30 Menschen.)
y Bier.	2 Wochen.)

Weil hier eine ganze Zahl bey einem Bruch steht, so wird alles in einen Bruch verwandelt, und steht also das Exempel, wie folgt:

(50 Menschen.	$\frac{11}{2}$ Eimer Bier.
(3 Wochen.	30 Menschen.)
y Bier.	2 Wochen.)

Wenn nun der Nenner herüber in die entgegenstehende Columne getragen wird, so hat man

50	11
3	30
2	2
y	

Wird nun auf beyden Seiten mit 10, sodann mit 3, endlich mit 2 dividirt, so ist auf der rechten Seite nur noch 11, und auf der linken Seite 5 anzutreffen, und das Exempel ganz kurz

5 M.	11 B.
y B.	

Man dividire also 11 durch 5, so ist der Werth von y $=$ $\frac{11}{5}$ $=$ $2\frac{1}{5}$ Eimer Bier.

§. 155.

§. 155. Bey der sogenannten **Kettenregel** verfährt man fast eben so, indem man die Grössen, welche einander gleich sind, in die beyden Columnen gegen einander über sezt, und immer in der einen Columne mit der Benennung wieder anfangt, mit welcher man in der andern aufgehört hat.

(Möchte man z. E. wissen, wieviel ein französischer **Livre** an Kreuzern betrage, so sieht, nach Voraussetzung, daß 6 **Livres** 1 franz. **Laubthaler**, 1 Laubthaler so viel als $2\frac{3}{4}$ **Gulden**, und 1 Gulden 60 **Kreuzer** machen, das Exempel also aus.

X Kr.	1 Livre.
6 Liv.	1 Laubth.
1 Lth.	$2\frac{3}{4}$ Gulden.
1 Guld.	60 Kreuzer.

Wenn man nun mit dem Bruch vorgeschriebenermassen verfährt, so hat man

X K.	1 L.
6 L.	1 Lthlr.
1 Lth.	$\frac{11}{4}$ G.
1 G.	60 Kr.

Wird der Nenner herüber getragen, so hat man

X	1
6	1
1	11
1	60
4	

Nun dividire man

1) auf beyden Seiten mit 6, so hat man

X	1
1	1
1	11
4	10

2) auf beyden Seiten mit 2, so erhält man

X	1
1	1
1	11
2	5

Wenn man nun das Product der **rechten** Columne, welches 55 ist, durch das Product 2 der **linken** Columne, (wo sich nemlich die unbekannte Zahl X befindet) dividirt, so bekommt man $27\frac{1}{2}$ Kreutzer, welche der Werth von X sind.)

II. Geometrie.

I. Erklärungen und Grundsätze.

§. 156.

Das griechische Wort Geometrie kann im Teutschen durch eine Wissenschaft, **die Erde zu messen**, ausgedruckt werden. Es wird aber diß Wort in der Mathematik in einem weitläufigern Verstand, nemlich für die **Wissenschaft des Raums** genommen, den die **körperlichen Dinge nach ihrer Länge, Breite und Dicke einnehmen.**

§. 157. Die **Gränze** einer Sache heißt ihr Aeusserstes, oder wo sie aufhört.

§. 158. Eine **stetige, ausgedehnte Grösse** ist, deren Theile alle so zusammenhängen, daß, wo einer aufhört, gleich der andere anfangt, und zwischen des einen Ende und des andern Anfang Nichts ist, das nicht zu dieser Grösse gehörte.

§. 159. Die **geometrische Ausdehnung** in die **Länge, Breite und Dicke** ist überhaupt ein **Raum**, den die **stetige** Grösse nach allen Seiten zu ausfüllt.

§. 160. Die **körperliche Ausdehnung** oder ein **geometrischer Körper** heißt eine solche Ausdehnung

dehnung, die das, was sich innerhalb ihrer Gränzen befindet, überall, nach allen Seiten zu umgibt.

§. 161. Die Ausdehnung der Körper an ihren Gränzen heißt eine **Fläche**, die Ausdehnung der Fläche an ihren Gränzen eine **Linie**, die Gränze der Linie aber ist ein **Punct**.

§. 162. **Der Punct ist nicht nur die Gränze der Linie, sondern die Gränze aller Ausdehnung. Er hat also weder Ausdehnung, noch Theile.**

§. 163. Man sagt auch, daß eine Linie aus der **Bewegung eines Puncts von einem Ort gegen den andern** entstehe; jedoch will dieses nicht so viel sagen, daß die Linie aus einer Menge Puncte bestehe, die aneinander liegen, denn es läßt sich keine Bewegung vorstellen, ohne den Ort, den er im nächsten Augenblick einnimmt, in einiger Entfernung von einander zu setzen, und diese Entfernung ist schon **eine Linie**.

(Man kann sich einen sinnlichen Begriff hievon machen, wenn man die Spitze eines Bleystifts auf dem Papier fortführt. Man sieht diese Spitze zwar als einen Punct an, und zieht ihre Grösse in keine Betrachtung; aber sie läßt kleine Theile auf dem Papier sitzen, welche die Spuren vorstellen, die ein Punct nach sich lassen würde, der sich eben so bewegte. Der Strich, den man mit dem Bleystift macht, ist also eine Reihe kleiner Körper, wobey man aber nicht darauf achtet, wieviel sie sich über das Papier erheben,

ben, sondern nach was für einer Gegend sie liegen, d. i. man sieht bey dieser Reihe blos auf die **Ausdehnung der Linie.** Je zärter nun ein solcher Strich ist, je weniger seine Flache, seine körperliche Ausdehnung in die Sinne fällt, desto ähnlicher ist er dem Bild einer Linie.)

§. 164. Eine **gerade** Linie ist, deren Theile **nach einerley** Gegend zu liegen, oder von welcher ein jeder **Theil** der **ganzen Linie ähnlich ist.** (Tab 1. Fig. 1.)

(Wenn man z. E. in A einen Punct setzt, so kann sich derselbe von seinem Ort nach willkührlichen Gegenden bewegen. Soll er nach B gehen, so ist seine Gegend **bestimmt**, er könnte aber eben sowohl nach eben der Gegend noch über B hinaus nach F gehen. Gienge er aber von A nach C, so wäre sein Gang nach der Gegend, die der ersten entgegen gesetzt ist.)

§. 165. Eine **krumme** Linie ist, wo kein Theil mit dem andern nach **einerley** Gegend zu liegt, oder deren **Theile** der **ganzen Linie unähnlich** sind. (Tab. 1. Fig. 2).

(Bey der **krummen** Linie geht der Punct, der sich von A aus bewegt, nicht gleich nach F, sondern nimmt verschiedene ganz andere Wege, deren keiner ihn nach F führen würde, wenn er auf demselben verbliebe. Es wird also eine **krumme** Linie von einem Punct beschrieben, der sich beständig von der Gegend, nach der er jetzt geht, in dem nächstfolgenden Augenblick ablenkt, oder seinen Weg beständig ändert. Er ändert ihn aber nie **plötzlich** (wie Tab. 1. Fig. 3.

aus GH in HI, aus HI in IK,) sondern **unmerklich**, so, daß sich nicht angeben läßt, um wie viel er jeden Augenblick von dem Wege des vorigen Augenblicks abgewichen sey. Er geht (Fig. 2.) nicht unmittelbar von CE in EF, sondern beschreibt den Knoten EdDeE, der ihn durch unmerkliche Aenderungen des Weges in E in die Richtung bringt, aus der er sich daselbst weiter ablenkt, in EF fortzugehen.)

§. 166. Eine **ebene Fläche**, oder **Ebene** heißt, in der man von jedem Puncte zum andern gerade Linien ziehen kann, so, daß alle Puncte dieser Linien in der Fläche liegen. (Tab. 1. Fig. 4.) Bey **krummen** Flächen läßt sich kein **ebener** Theil angeben.

§. 167. Ein **ebener Winkel** ist die Neigung zwoer geraden Linien gegen einander, die in einer Ebene liegen, und nicht eine einzige gerade ausmachen. (Tab. 1. Fig. 5.)

(Der Ort, wo die beyden Linien zusammen kommen, A, heißt die **Spitze** oder der **Scheitel** des Winkels, die Linien aber, wie AB, AC, werden die **Schenkel** genannt. Man pflegt den Winkel durch einen grossen Buchstaben, den man aussen an die Spitze setzt, oder durch einen kleinen Buchstaben, wie z. E. hier x, den man innwendig zwischen die Schenkel schreibt, oder durch die drey Buchstaben, die man an die Spitze des Winkels und an die Endpuncte der Schenkel gesetzt hat, zu bezeichnen, doch muß in diesem letztern Fall der Buchstabe, welcher am Scheitel des Winkels steht, allemal in die Mitte gesetzt werden, wie hier z. E. BAC.)

§. 168.

§. 168. **Gerade Linien**, welche sich auf einer **ebenen** Fläche befinden, und niemals zusammenstossen können, wenn sie auch auf beyden Seiten ohne Ende verlängert würden, heissen **parallele** oder **gleichlaufende Linien**.

(Tab. 1. Fig. 6. wie AB und CD.)

§. 169. Linien, die auf einer **ebenen** Fläche irgendwo zusammenstossen würden, wenn man sie auf beyden Seiten verlängerte, werden in derjenigen Gegend, wo sie sich einander nähern, **zusammengehende Linien**, wo sie sich aber von einander entfernen, **auseinanderfahrende Linien** genannt.

(Tab 1. Fig. 7. heissen AC **zusammengehende**, BD aber **auseinanderfahrende Linien**.)

§. 170. Winkel über einer geraden Linie, die einen **gemeinschaftlichen Schenkel** und einen **gemeinschaftlichen Scheitel** haben, nennt man **Nebenwinkel**.

(Tab. 1. Fig. 8. haben die Winkel ABC und ABD den **Schenkel** AB und den **Scheitel** B mit einander **gemein**, und stehen auf der geraden Linie CBD.)

§. 171. Wenn eine **gerade** Linie auf einer andern geraden Linie so steht, daß die **Nebenwinkel** gleich sind, so wird die Linie **senkrecht** oder **perpendicular** genannt, und die **Nebenwinkel** sind **rechte** Winkel.

(Tab.

(Tab. I. Fig. 9. steht AB auf CD **senkrecht** und ABD, ABC sind **rechte** Winkel.)

§. 172. Alle Winkel, die nicht **rechte** Winkel sind, nennt man **schiefe** Winkel.

§. 173. Diejenige **schiefen** Winkel, die **kleiner** sind, als **rechte** Winkel, d. i. deren **Schenkel** eine geringere Entfernung von einander haben, als die Schenkel der **rechten** Winkel, heissen **spitzige** Winkel; die aber **grösser** sind, als **rechte** Winkel, heissen **stumpfe** Winkel.
(Tab. I Fig. 9. ist EBD ein **stumpfer**, EBC aber ein **spitziger** Winkel.)

§. 174. Eine **Fläche**, die in Linien eingeschlossen ist, heißt eine **Figur**, und die Linien, welche die Gränzen derselben ausmachen, werden die **Seiten** der Figur genannt.

§. 175. Wenn die Seiten einer Figur **krumme** Linien sind, so heißt die Figur eine **krummlinichte Figur**.

§. 176. Eine **krummlinichte Figur**, in welcher alle Puncte ihrer Gränze einerley Abstand von einem gewissen mittlern Puncte haben, heißt ein **Cirkel**.

§. 177. Ein **Cirkel** entsteht daher, wenn sich eine gerade Linie auf der **Ebene** um einen festen Punct bewegt, biß sie wieder in die vorige Lage kommt.
(Tab. I. Fig. 10.)

§. 178.

(Die **gerade** Linie heißt AC;

Der **feste** Punct, der auch **Mittelpunct** genannt wird, C;

Der Weg, den der Punct A gemacht hat, ADB FGH, ist des Cirkels **Umfang**, und heißt auch **Peripherie**;

Der Raum über den CA weggegangen, ist des Cirkels **Fläche**;

Jede Linie durch den Mittelpunct, so viel von ihr zwischen der Peripherie enthalten ist, ist BCA der **Durchmesser**;

Die Helfte des **Durchmessers** oder der Linie BCA heißt **Halbmesser**, wie BC und CA;

Linien, die von der Peripherie eingeschlossen werden, ohne durch den Mittelpunct zu gehen, sind **Sehnen** wie FG, GH, FH;

Das Stück der Cirkelfläche zwischen einer **Sehne** (wie FH) und einem Bogen des Cirkels (wie FGH) wird **Abschnitt** oder **Segment** genannt;

Die Fläche, die zwischen zween Halbmessern (DC, CE) und ihrem Bogen (DE) enthalten ist, heißt **Ausschnitt** oder **Sector**;

Die Linie, welche die Peripherie des Cirkels auswendig berührt, ohne ihn zu schneiden, wenn sie auch verlängert würde, (wie TA) heißt **Tangente**, oder **Berührungslinie**.)

§. 178. Alle **Halbmesser**, und alle **Durchmesser** eines **Cirkels**, oder **gleicher Cirkel**, sind einander **gleich**; und wenn zween Cirkel gleich grosse **Durchmesser** oder **Halbmesser** haben, so müssen sie einander selbst **gleich** seyn.

§. 179. Ebene Figuren, die in **gerade Linien** als **Seiten** eingeschlossen sind, heissen **geradelinichte Figuren.**

§. 180. Eine Figur, die **drey** Seiten **hat**, heißt **Dreyeck** oder **Triangel.** Man kann ein Dreyeck nach seinen **Seiten** und nach seinen **Winkeln** betrachten.

a) **Nach den Seiten.**

§. 181. Sind in einem Dreyeck alle drey Seiten einander gleich, so ist es ein **gleichseitiges Dreyeck.**

(Tab. 1. Fig. 11. wo AB = AC = CB)

§. 182. Sind in einem Dreyeck nur zwo Seiten oder zween **Schenkel** einander gleich) so heißt es ein **gleichschenklichtes Dreyeck.**

(Tab. 1. Fig. 12. wo nur AC = CB.)

§. 183. Ist in einem Dreyeck keine Seite der andern gleich, so ist es ein **ungleichseitiges Dreyeck.**

(Tab. 1. Fig. 13. wo CA, AB, BC verschiedene Seiten sind.)

b) **Nach den Winkeln.**

§. 184. Ein Dreyeck, in welchem einer von den Winkeln ein **rechter** Winkel ist, heißt ein **rechtwinklichtes Dreyeck.**

(Tab. 1. Fig. 14)

§. 185.

§. 185. Ein Dreyeck, in welchem einer von den Winkeln ein stumpfer Winkel ist, wird ein **stumpfwinklichtes Dreyeck** genannt.

(Tab. I. Fig. 15.)

§. 186. Ein Dreyeck, worinn alle drey Winkel spitzig sind, heißt ein **spitzwinklichtes Dreyeck.**

(Tab. I. Fig. 16.)

§. 187. Man pflegt die Triangel durch die drey Buchstaben zu benennen, die an den Spitzen der Winkel stehen, aber mit Vorsetzung des Zeichens △, damit man sie von den blossen Winkeln unterscheiden könne.

§. 188. Eine Figur, die vier Seiten hat, heißt ein **Viereck.**

§. 189. Ein **Quadrat** ist eine Figur, die **vier gleiche Seiten und lauter rechte Winkel** hat.

(Tab. I. Fig. 17. sind die Seiten AB, CD, AC, BD einander gleich.)

§. 190. Ein **länglichtes Viereck** hat **lauter rechte Winkel**, aber es sind nur die zwo **entgegengesetzte Seiten einander gleich.**

(Tab. I. Fig. 18. wo CD = AB und AC = BD)

§. 191.

§. 191. Eine **Raute** hat **vier gleiche Seiten**, und **lauter schiefe Winkel**.

(Tab. 1. Fig. 19. sind die Seiten AB, AC, BD, CD einander **gleich**.)

§. 192. Eine **länglichte Raute** hat zwar **lauter schiefe Winkel**, aber nur die **beyden einander entgegengesezten Seiten** sind einander **gleich**.

(Tab. 1. Fig. 20. sind nur die Seiten AB und CD, sodann AC und BD einander **gleich**.)

§. 193. Diejenige Vierecke, in welchen keine der (§. 188 biß 192.) erzählten Eigenschaften angetroffen wird, heissen **ungleichseitige Vierecke**.

(Tab. 2. Fig. 21.)

§. 194. Diejenige Vierecke, in welchen die gegenüberstehende Seiten **parallel** sind, werden **Parallelogramma** genannt.

§. 195. Figuren, die mehr, als vier Seiten haben, nennt man überhaupt **Polygone** oder **Vielecke**.

§. 196. **Vielecke** werden blos dadurch von einander unterschieden, daß man sie von der Anzahl ihrer Seiten oder ihrer **Winkel** benennt. So ist z. E. ein Sechseck eine Figur, die sechs, ein Siebeneck eine Figur, die sieben Seiten hat.

§. 197.

§. 197. **Vielecke** werden in **ordentliche** und **unordentliche** eingetheilt.

§. 198. Ein **ordentliches Vieleck** hat lauter gleiche Seiten und lauter gleiche Winkel.

(Tab. 2. Fig. 22.)

§. 199. Ein **unordentliches Vieleck** ist, das weder lauter gleiche Seiten, noch lauter gleiche Winkel hat.

(Tab. 2. Fig. 23.)

§. 200. Wenn in zwoen Figuren einerley Winkel in einerley Ordnung nach einander folgen, und die Seiten, welche einerley Winkel in beyden Figuren einschliessen, sich ebenfalls in einerley Ordnung in der einen Figur eben so gegen einander unter sich verhalten, wie sie sich in der andern Figur gegen einander unter sich verhalten, so heissen die Figuren **ähnlich**.

Oder:

Aehnlich heissen die Figuren, wenn ihre Theile **einerley Lage und Verhältniß** haben.

§. 201. Eine **Figur in einen Cirkel beschrieben** wird genannt, wenn sich die Scheitel aller ihrer Winkel in der Peripherie des Cirkels befinden, und der **Cirkel** heißt alsdenn **um die Figur beschrieben.**

(S. Tab. 2. Fig. 22.)

§. 202. Wenn alle Seiten einer Figur den Umkreis eines Cirkels berühren, so sagt man, daß der **Cirkel in die Figur**, und die **Figur um den Cirkel** beschrieben sey.

(Tab. 2. Fig. 24.)

§. 203. Durch jede zween gegebene Punkte läßt sich eine gerade Linie ziehen, und nach Gefallen verlängern.

§. 204. Durch zween Puncte überhaupt ist die **Lage**, und durch die zween Endpuncte wird die **Länge** einer geraden Linie gegeben.

§. 205. Aus jedem **Mittelpunct** und mit jedem **Halbmesser** läßt sich ein Cirkel beschreiben.

§. 206. Durch zween Puncte kann nur eine gerade Linie gehen; also schliessen zwo gerade Linien keinen Raum ein.

§. 207. Wenn zwo gerade Linien zusammen stossen, ohne eine einige gerade Linie auszumachen, so haben sie nichts, als einen Punct mit einander gemein. Wenn nun beyde Linien verlängert werden, so durchschneiden sie einander in diesem Punct, so, daß von jeder Linie etwas auf beyden entgegengesezten Seiten des Punctes ist.

§. 208. Wenn man Grössen dergestalt auf einander legt, daß alle Gränzen der einen Grösse, und

was

was dazwischen enthalten ist, auf die Gränzen der andern Grösse, und was dazwischen enthalten ist, fallen, so nennt man sie **gleich** und **ähnlich**, und von solchen Grössen sagt man, nach der Sprache der **Geometrie**, daß sie einander **decken**, oder **congruent** seyen.

§. 209. Gerade Linien und Winkel, die **gleich** sind, **decken** einander.

§. 210. Winkel heissen **gleich**, wenn die Neigung ihrer Schenkel einerley ist, obschon diese eine verschiedene Länge haben.

§. 211. Zween Winkel **decken** einander, wenn nur ihre **Scheitel** und **Schenkel** auf einander fallen.

§. 212. Von Grössen, die einander **decken**, kann die eine völlig in den Raum der andern gesetzt werden.

§. 213. Alle **rechte** Winkel sind **gleich**, denn sie **decken** einander.

§. 214. **Ein Durchmesser theilt eine Cirkelfläche in zwey ähnliche und gleiche Stücke.**

(Tab. 2. Fig. 25.)

(Der **Durchmesser** heißt DA; das eine **ähnliche** und **gleiche** Stück heißt DBA, und das andere Stück DbA. Stellt man sich nun vor, daß das

Stück DBA unter DbA liege, daß die Puncte D, A, und folglich die Linie DA (§. 206) ungeändert bleiben, so muß jeder Punct des Umfangs des herunter gelegten Stücks DBA am Ende einer Linie liegen, die durch C geht, und dem Halbmesser gleich ist, aber am Ende jeder solchen Linie liegt ein Punct des Umfangs des Stücks DbA, also fällt jeder Punct des einen Umfangs auf einen Punct des andern, oder beyde Umfänge **decken** einander; die Linie DA aber ist die andere Gränze dieser beyden Stücke der Cirkelfläche, und ist beyden gemein, **also sind beyde Stücke gleich.** (§. 208.)

Wenn man von einem Punct des Umfangs B die Linie BC zieht, so **deckt** der Winkel BCA den ihm gleichen Winkel bCA, und so fällt jeder Punct des einen Halbkreises auf einen eigenen Punct des andern Halbkreises.) (§. 209.)

§. 215. **Der Umfang eines Kreises um den Mittelpunct ist eine zusammenhängende krumme Linie.**

(Tab. 2. Fig. 26.)

(Wenn von der geraden Linie CB ein Punct wie B **innerhalb der Cirkelfläche** und näher bey dem Mittelpunct ist, als des Cirkels Halbmesser beträgt, und ein anderer Punct C ist **ausserhalb der Cirkelfläche**, so schneidet die gerade Linie den Umfang des Cirkels. Eben diß geschicht, wenn das Gesagte von den Puncten KF eines andern Cirkels angenommen wird.)

§. 216. **Eine unbegränzte gerade Linie theilt die unbegränzte Ebene, in der sie gezogen ist, in zween Theile, die an ihren ent-**

entgegen gesezten Seiten liegen. (Tab. 2. Fig. 27.)

(Ist der Punct F, wodurch eine gerade Linie innerhalb eines Kreises geht, der **Mittelpunct**, so ist sie ein **Durchmesser** QP. (§. 177.) Ist es ein anderer Punct O, so ziehe man durch ihn den Durchmesser QP; der halbe Cirkel, der sich auf jeder Seite desselben befindet, (§. 214.) schließt mit ihm einen Raum ein, aus welchem das Stück gerade Linie, das sich auf eben der Seite (§. 215) befindet, nicht heraus kann, ohne ihn zu schneiden.)

II. Geometrische Aufgaben.

§. 217. Die Auflösung einer Aufgabe, oder die **Construction** wird **geometrisch** genannt, wenn man sich dabey keines andern Instruments, als des **Cirkels** und **Lineals** bedient, und aus den Grundsätzen der **Geometrie** einen richtigen Beweiß davon geben kann. Gebraucht man aber noch andere Instrumente dazu, so heißt die **Construction mechanisch**.

§. 218. **Wenn über einer gegebenen Linie ein gleichseitiges Dreyeck beschrieben werden soll**, so verfahre man, wie folgt:

Man setze den Cirkel in A, öfne ihn biß B, und beschreibe damit über der gegebenen Linie AB einen Bogen; alsdenn setze man den Cirkel in B, und beschreibe mit unveränderter Eröfnung einen andern Bogen, der den ersten in C durchschneidet. Man ziehe endlich von A und B gerade Linien nach C, so hat man das verlangte Dreyeck. (Tab. 2. Fig. 28)

(Da die Linie AB = AC, und AC = CB, das Dreyeck ACB also 3 gleiche Seiten erhalten hat, so ist es ein **gleichseitiges Dreyeck.**)

§. 219. **Wenn zwo Seiten mit dem eingeschlossenen Winkel in einem Dreyeck so groß, als in dem andern sind, so ist alles in beyden Dreyecken gleich, und beyde Dreyecke sind einander gleich und ähnlich.** (Tab. 2. Fig. 29.)

(Gesezt, man habe die beyden Dreyecke ABC und abc, wo AB = ab, AC = ac, und A = a, so lege man das Dreyeck abc auf das Dreyeck ABC so, daß a auf A, und ab långst AB fällt; geschicht diß, so fällt b auf B (§. 208.), und ac långst AC (§. 209), und c auf C (§. 208.), also werden nicht nur BC von bc, B von b, C von c, sondern auch die ganze Flächen der Dreyecke von einander **gedeckt**, mithin ist in beyden Dreyecken alles **gleich.**)

§. 220. Zwo Seiten mit dem eingeschlossenen Winkel bestimmen ein **Dreyeck.**

§. 221. Wenn zwey Dreyecke **gleichschenkliche** sind, oder es sey AB = AC uud ab = ac, so kann man abc, ausser der vorigen Lage, auch noch so auf ABC legen, daß a wieder auf A, aber ab långst AC fällt; alsdenn fällt noch ac långst AB (§. 209), und b auf C, c auf B, (§. 208.) also decken beyde Dreyecke auch einander in dieser Lage, und es ist b = C, c = B; (§. 208.) wegen der vorigen Bedeckung aber war b = B, c = C also ist C = B. (Tab. 2. Fig. 29.)

§. 222. In einem **gleichschenklichten** Dreyeck ABC sind die Winkel an der **Grundlinie gleich.** Dann man kann sich eben das Dreyeck noch einmal vorstellen, abc, und die beyden Bedeckungen betrachten.

§. 223. **Wenn in zweyen Dreyecken eine Seite mit den anliegenden Winkeln in einem wie in dem andern ist, so ist alles übrige gleich, und beyde Dreyecke sind einander gleich und ähnlich.**
(S. Tab. 2. Fig. 29.)

(Es sey B = b, C = c und Bc = bc. Legt man nun b auf B, und bc längst BC; so fällt der Punct c auf C (§. 208.), und ba längst BA, ca längst CA (§. 209.); es liegt also a zugleich in BA und in CA, folglich auf A (§. 208.), und die Dreyecke **decken** einander, wie vorhin (§. 222.); also ist A = a; BA = ba; Ac = ac.)

§. 224. Wenn B = C, und b = c, so kann man die Dreyecke auch so auf einander legen, daß c, B, und b, C, einander **decken**, und noch fällt a auf A. Also ist nun ca = BA; ba = CA, folglich BA = CA. (Tab. 2. Fig. 29.)

§. 225. Wenn in einem Dreyeck ABC die beyden Winkel an der **Grundlinie** B, C, **gleich** sind, so sind auch die beyden Seiten BA, CA, **gleich.** (§. 221. 222.)

§. 226. In einem **gleichseitigen** Dreyeck sind alle drey Winkel **gleich**, (§. 222.) und wenn in einem Dreyeck alle Winkel **gleich** sind, so ist es **gleichseitig**. (§. 225.)

§. 227. Ein **gleichseitiges** Dreyeck ist eine regulaire Figur.

§. 228. **Wenn in zweyen Dreyecken alle Seiten gleich sind, so ist alles in beyden Dreyecken gleich, und die Dreyecke sind einander gleich und ähnlich.**

(Tab. 2. Fig. 30. 31. 32.)

(Es sey BA = ba; BC = bc; AC = ac. Legt man nun bc dergestalt auf BC, daß a und A auf verschiedene Seiten dieser Linien fallen, so kann man dreyerley Lagen für den Punct a annehmen, 1) in der verlängerten Linie AC; (Fig. 30.) oder so, daß Aa innerhalb des Winkels BAC fällt; (Fig. 31.) oder so, daß Aa ausserhalb des Winkels BAC fällt; (Fig. 32.)

In der **ersten** Lage ist BA = ba, und A = a (§. 222.) folglich der Triangel BAC = dem Triangel bac. (§. 219.)

In der **zwoten** Lage ist BAC = BAa + a AC, und bac = baA + Aac; da aber BAa = BaA, und aAC = A c, so ist auch BAC = bac, folglich die Dreyecke wieder **gleich**.

In der **dritten** Lage ist BAC = BAa — CAa, und bac = baA — caA und BAa = baA; und CAa = caA.)

§. 229. Aus drey Seiten läßt sich nur ein Dreyeck machen, ob man solchem gleich verschiedene Stellungen geben kann.

§. 230.

§. 230. In denjenigen Dreyecken, wovon (§. 219. 223. 228.) gehandelt worden, stehen gleiche Seiten gleichen Winkeln und gleiche Winkel gleichen Seiten gegenüber.

§. 231. **Wenn man einen gegebenen Winkel halbiren will,** so schneide man auf seinen Schenkeln zwey willkührliche Stücke von gleicher Länge ab, und beschreibe über denselben ein **gleichseitiges** Dreyeck. (Tab. 2. Fig. 33.)

(Der gegebene Winkel heisse EAF; auf seinen Schenkeln schneide man AB = AC, ziehe die Linie BC, und beschreibe das Dreyeck BDC, so wird AD den Winkel **halbiren.** Da AB = AC, und BD = DC, und AD den Dreyecken ABD, ADC gemein ist, so ist BAD = DAC = $\frac{1}{2}$ EAF. (§. 228. 230.)

§. 232. **Wenn man eine gegebene gerade Linie halbiren will, so beschreibe man ein gleichseitiges Dreyeck über ihr, und halbire dessen Winkel.** (Tab. 2. Fig. 34.)

(Die gerade Linie sey AB, der Winkel ACB, die Linie, die den Winkel in zween gleiche Theile theilt, CE. Diese Linie CE geht zwischen beyden Schenkeln, und muß also irgendwo zwischen A und B die Linie AB schneiden, welches in bemeldter Figur in E geschicht. In den Dreyecken ACE und CEB ist AC = CB, und CE = CE und ACE = ECB, folglich ist AE = EB (§. 219).

Die Halbirung geschicht, wenn man auf beyden Seiten von AB **gleichseitige Dreyecke** beschreibt, und durch ihre Spitzen die Linie CD zieht. §. 231)

§. 233. **Aus einem gegebenen Punct kann auf einer gegebenen Linie ein Perpendikel aufgerichtet werden.** (Tab. 2. Fig. 35.)

(Der gegebene Punct sey C, und die gegebene Linie AB. Man setze nun den Cirkel in C, durchschneide die Linie AB mit beliebiger Eröfnung in M und N, mache alsdenn aus M uud N mit einerley Eröfnung des Cirkels einen Durchschnitt in D, ziehe die Linien MD und ND, und richte endlich zwischen beyden Schenkeln des Dreyecks MDN die Linie CD auf.

Weil CM = CN, und DM = DN, und CD = CD, so ist der Triangel MCD dem Triangel NCD **gleich** und **ähnlich**, und die Winkel bey C sind einander **gleich**, folglich steht die Linie CD auf AB **perpendicular.**)

§. 234. **Aus einem gegebenen Puncte kann auf eine gegebene Linie ein Perpendikel gefällt werden.** (Tab. 3. Fig. 41.)

(Der gegebene Punct sey C, und die gegebene Linie AB. Man setze den Cirkel in C, durchschneide mit gleicher Eröfnung die Linie AB in zween Puncten, nemlich in M und N, und ziehe das Dreyeck MCN, alsdann beschreibe man über MN ein **gleichseitiges Dreyeck** MND, so ist die Linie, die durch D, C, E gezogen wird, der gesuchte **Perpendikel**; MD = DN, und MC = CN, und CD = CD, folglich der Winkel MDE = NDE; und da MD = DN, und ED = ED, und also die Triangel MDE und NDE einander **gleich** und **ähnlich** sind, so sind auch die Nebenwinkel bey E einander **gleich**, mithin **rechte** Winkel, und DE auf AB **perpendicular.**)

§. 235. **Zween Nebenwinkel auf einer geraden Linie betragen zusammen so viel, als zween rechte Winkel.** (Tab. 2. Fig. 36.)

(Die beyden **Nebenwinkel** seyen EBD, EBC. Man richte durch B auf CD die **Perpendicularlinie** BA auf. (§. 233.) Wenn von den beyden Nebenwinkeln nicht jeder ein **rechter** Winkel ist, so muß einer von ihnen **stumpf**, oder **spitzig** seyn. Ist der Winkel EBC **stumpf**, d. i. grösser als ein **rechter** Winkel, so muß er so viel seyn, als ein **rechter** Winkel und ABE noch darüber, und der **Nebenwinkel** EBD muß so viel seyn, als ein **rechter** Winkel, aber um ABE weniger. Da nun bey dem Winkel EBC um so viel **mehr**, als bey dem Winkel EBD **weniger** ist, so sind beyde Winkel zusammen = 2 R. d. i. zween **rechten** Winkeln gleich. Eben so ist es mit den Winkeln EBC und EBF.)

§. 236. **Alle Winkel, die an einer Spitze oder an einem Punct auf einer Seite einer gegebenen Linie liegen, machen zusammen zween rechte Winkel.** (Tab. 2. Fig. 37.)

(Die Spitze oder Punct sey H, die gegebene Linie GK. Einige von den Winkeln benannter Figur machen zusammen den einen **rechten** Winkel LHK, die übrigen den **andern** Winkel LHG, und alle Winkel um einen Punct rings herum machen zusammen vier **rechte** Winkel.)

§. 237. **Von zween Nebenwinkeln, deren keiner ein rechter ist, ist allezeit einer spitzig, der andere stumpf.**

§. 238. **Wenn eine gerade Linie von einer andern durchschnitten wird, so sind die entgegen-**

gegen-

gegengesetzten Winkel, welche man Vertical- oder Scheitelwinkel nennt, einander gleich.

(Tab. 2. Fig. 38.)

(Scheitelwinkel sind gleich, oder ACE = BCD; dann ECB + ACE ist zween rechten Winkeln gleich, und ECB + BCD ist auch zween rechten Winkeln gleich, folglich ist ECB + ACE = ECB + BCD und also ACE = BCD.)

§. 239. **Wenn in einem Dreyeck eine Seite verlängert wird, so ist der äussere Winkel grösser, als der innere, welcher der verlängerten Seite gegen über steht.**

(Tab. 2. Fig. 39.)

(Die verlängerte Seite sey BC, der äussere Winkel ACD, und der innere Winkel BAC. Man theile nun die Seite AC in dem Punct E in zween gleiche Theile, und ziehe die Linie BE. Diese leztere Linie verlängere man biß in F so, daß EF = BE werde. Weil nun F über BCD und von AC nach der Seite D zu liegt, so ist ACF kleiner, als ACD; aber in den Dreyecken AEB, und FEC, sind die eben so genannten Winkel gleich, (§. 238.) und EF = BE, EC = AE, also ist BAE = ECF, (§. 219.) und folglich kleiner, als ACD.)

§. 240. Wenn man (Fig: 39.) die Linie AC in CG verlängert, so ist auf die nemliche Art BCG grösser, als ABC, aber BCG = ACD (§. 238.) also ist der äussere Winkel ACD grösser als jeder der beyden innern, ihm entgegengesezten Winkeln, von denen nemlich keiner sein Nebenwinkel ACB ist.

§. 241. Die Winkel BAC + ACB (Fig. 39.) sind kleiner, als ACD + ACB. Diese zween leztern (ACD + ACB) betragen so viel, als zween rechte Winkel. (§. 235.) Die zween erstern also (BAC + ACB,) sind kleiner als zween rechte Winkel; eben diß gilt von ABC + ACB, und von BAC + ABC, wenn man BA verlängert.

§. 242. In einem Dreyeck, das einen rechten Winkel hat, sind die beyden andern spitzig, und eben so ist es, wenn es einen stumpfen Winkel hat. Hieraus erhellet, wie vielerley Dreyecke, in Absicht auf die Winkel, möglich seyen (§. 184. 185. 186.)

§. 243. Auf eine gegebene Linie gibt es von einem Punct ausser ihr (§. 242.) und durch einen Punct in ihr (§. 235.) nur einen einzigen Perpendickel.

§. 244. Wenn (Tab. 3. Fig. 41.) MCN ein gleichschenklichtes Dreyeck, C seine Spitze, und E mitten in der Grundlinie MN ist, so halbirt CE den Winkel MCN, und steht auf MN senkrecht (§. 171. 228.) Die Linie CE ist ein Perpendikel von C auf MN, (§. 243.) und eben diese Linie CE ist es, die MCN halbirt.

§. 245. In einem Dreyeck ABC sey AC grösser als AB, so ist ABC grösser als C, dann man nehme an, daß AD = AB, so fällt D zwischen A und C, und also ist ABD kleiner, als ABC, da aber ABD = ADB (§. 222.) und ADB grösser ist, als C, (§. 239.) so muß ABC um so

viel-

vielmehr grösser seyn, als C. Wenn ABC grösser ist, als C, so ist AC grösser, als AB; dann wenn beyde Seiten gleich wären, so wären auch die Winkel gleich, und wäre AB grösser, als AC, so wäre ACB grösser, als ABC.

(Tab. 3. Fig. 42.)

§. 246. In dem Dreyeck (Tab. 3. Fig. 43.) nehme man an, daß auf der verlängerten Seite BA, die Seite AD = AC sey, so ist DCB grösser, als DCA, und DCA = D. (§. 222.) Es ist also DB grösser, als BC (§. 245.) d. i. CA + AB ist grösser, als CB. Verfährt man auf eben diese Weise bey C und B, so gibt ein solches Verfahren einen Beweiß ab, daß AC + CB grösser sey, als AB, und CB + BA grösser sey, als AC, oder daß allemal zwo Seiten eines Dreyecks, welche man will, zusammen genommen, grösser, als die dritte sind.

§. 247. Von einem gegebenen Punct C ist die senkrechte Linie CA die kürzeste zu der gegebenen Linie BD. Denn wenn man jede andere Linie CF zieht, so ist der Winkel CFA kleiner, als A (§. 242), also ist CF grösser, als CA (§. 245.)

(Tab. 3. Fig. 44.)

§. 248. Auf jeder Seite des Perpendikels CA (Fig. 44.) gibt es nur eine Linie durch C, die mit BD einen gegebenen Winkel macht. Dieser

ser Winkel sey CFA, so ist für jeden Punct H zwischen F und A der Winkel CHA grösser, als CFA, und für jeden Punct G über F hinaus ist CGA kleiner, als CFA. (239.) Nimmt man aber auf der andern Seite an, daß AM = AF, so ist AMC = CFA. (§. 219.) Wäre ein stumpfer Winkel gegeben gewesen, so hätte man solchen dem Winkel CFB gleich gesetzt. (§. 235.)

§. 249. Wenn F weiter von A liegt, als H, (Fig. 44.) so ist CFH kleiner, als CHA, (§. 239.) und diese beyden Winkel sind **spitzig**, (§. 242.) folglich ist CHF **stumpf**, (§. 237.) und grösser, als CFH. Also ist CF grösser, als CH. (§. 245.)

§. 250. Wenn (Fig. 44.) FCA ein gegebener **spitziger** Winkel ist, so kann man durch C Linien ziehen, die mit CA grössere oder kleinere Winkel machen, nachdem man G oder H nimmt.

§. 251. **Wenn in zweyen Dreyecken** A = a, und C = c, und AB = ab, so ist **alles übrige gleich, und die ganze Triangel sind gleich und ähnlich. (Tab. 2. Fig. 40.)**

(Man lasse von B, b, die **senkrechte** Linie BD, bd auf die gegebene Linien AC, ac fallen, und lege das eine Dreyeck auf das andere, so, daß a auf A, b auf B, und ac längst AC fallt, so werden die senkrechten Linien BD, bd einander decken, und d auf D fallen, und c liegt auf eben der Seite von BD, auf welcher C liegt, weil BCD, bcd allemal **spitzig** sind. Ja c muß auf C fallen, weil es auf jeder

Seite

Seite des Perpendikels bd nur eine Linie gibt, die durch B mit AC einen gegebenen Winkel macht, mithin decken die Dreyecke einander, (§. 223.) und allemal bestimmen **zween Winkel** und **eine Seite** ein Dreyeck.)

§. 252. Wenn man an einen gegebenen Punct a einer geraden Linie ac einen Winkel setzen will, der einem gegebenen Winkel A gleich ist, so ziehe man (Tab. 2. Fig. 40.) nach Gefallen durch den Schenkel A eine Linie BC, um ein Dreyeck ABC zu bekommen, und beschreibe über ac ein Dreyeck, das eben die Seiten ac = AC, und bc = BC, und ab = AB hat, (§. 228.) (dann aus drey Seiten läßt sich ein einziges Dreyeck zeichnen) (§. 229) so wird a = A seyn. (§. 228.)

§. 253. Wenn zwo Linien AB, und CD von einer dritten so geschnitten werden, daß

I. die beyden **innern, entgegengesetzten** Winkel BGH + GHD soviel, als zween **rechte** Winkel betragen, oder

II. der **äussere** Winkel EGB dem **innern, entgegengesetzten** Winkel GHD **gleich**, oder

III. die **Wechselswinkel** DHG und HGA einander **gleich** sind,

so sind AB und CD **gleichlaufende oder parallele Linien.** (Tab. 3. Fig. 45.)

(Die Beweise sind folgende:

zu I. Wenn die Linien AB und HD nach der Seite B u. D von GH zusammenstiessen, so gäbe es ein Dreyeck, dessen Grundlinie GH, und die beyden Seiten

ten GB und HD biß zum Zusammenstossen verlängert wären. Von diesem Dreyeck wären also die beyden Winkel an der Grundlinie zusammengenommen zween rechten Winkeln gleich; (§. 241.) und weil ferner AGH + HGB zween rechten Winkeln gleich sind, und CHG + GHD auch zween rechten Winkeln gleich sind, so ist AGH + HGB + CHG + GHD vier rechten Winkeln gleich. Zieht man nun BGH + GHD, welche angenommener massen zween rechten Winkeln gleich sind, ab, so bleiben nur AGH + CHG als zween rechte Winkel übrig. Also kann auch nach der Seite A, C, von GH zu, kein Dreyeck von den verlängerten Linien GA und HC gemacht werden.

zu II.) Wenn EGB = GHD, so ist HGB zween rechten Winkeln gleich, weniger dem Winkel EGB, und also ist auch HGB zween rechten Winkeln gleich, weniger dem Winkel GHD; oder HGB + GHD ist zween rechten Winkeln gleich.

zu III.) Wenn AGH = GHD, so ist HGB zween rechten Winkeln gleich, weniger dem Winkel AGH; also ist auch HGB zween rechten Winkeln gleich, weniger dem Winkel GHD; oder HGB + GHD ist zween rechten Winkeln gleich.)

§. 254. Wenn man durch einen gegebenen Punct G mit einer gegebenen Linie CD eine Parallellinie ziehen will, so ziehe man GH nach Gefallen, und mache HGA = GHD (Tab. 3. Fig. 45.)

(Man kann Parallellinien auf dem Papier ziehen, wenn man an die Linie CD das Lineal legt, den Cirkel in G setzt, und ihn biß an das Lineal aufthut, als wenn man einen Bogen beschreiben

wollte, der das Lineal, oder die Linie CD berührte, alsdenn mit dem etwas schräg angelegten Cirkel an dem Lineal herunter fährt, so wird der andere Fuß des Cirkels durch den Punct G die begehrte Parallellinie AB beschreiben.)

§. 255. Wenn **zwo** gerade Linien, wie GP und CD von einer **dritten** EF so geschnitten werden, daß die **innere, entgegengesezten Winkel** HGP + GHD kleiner sind, als zween **rechte** Winkel, so stossen sie, **verlängert**, nach der Seite von EF, wo diese Winkel liegen, zusammen. (Tab. 3. Fig. 46.)

(Was von diesen Winkeln angenommen wird, ist so viel, als nähme man an, daß der Winkel EGP grösser sey, als der Winkel GHD, oder daß die gerade Linie GP zwischen die **gleichlaufenden** Linien AB und CD (§. 253.) hineinfalle.)

§. 256. Durch einen Punct G geht mit einer Linie CD nur eine Linie AB **parallel**; und wenn eine Linie GP eine von den zwoen Parallellinien, nemlich hier AB, schneidet, so schneidet sie auch die andere Parallellinie, nemlich hier CD.

§. 257. Jede Linie EF schneidet zwo **gleichlaufende** Linien, so, daß es mit den Winkeln die (§. 253.) erwähnte Beschaffenheit hat. Dann eine der gleichlaufenden Linien sey CD, so hat sie (§. 256.) durch G nur **eine** gleichlaufende, nemlich AB, welche (nach §. 253.) gezogen worden.

§. 258.

§. 258. Wäre der Winkel MOB (Tab. 3. Fig. 46.) kleiner als der Winkel MSD, so wäre der Winkel AOS kleiner, als zween rechte Winkel, weniger dem Winkel CSO, (§. 228.) und die Parallellinien BA und DC müsten (laut §. 255.) nach der Seite A, und C zusammenstossen.

§ 259. Eine **Diagonallinie** ist eine gerade Linie, die innerhalb einer **geradlinichten Figur** von der Spitze des einen in die Spitze des andern Winkels gezogen wird. (Tab. 3. Fig 47.)

(Z. Ex. in der Figur ABCD ist die Linie AD eine **Diagonallinie**.)

§. 260. **Parallellen** AB und CD zwischen **Parallelen** AC und BD sind **gleich**. (Tab 3. Fig. 47.)

(Man ziehe die **Diagonallinie** AD, so ist der Winkel DAB **gleich** dem Winkel ADC, und der Winkel ADB ist **gleich** dem Winkel DAC, (§. 257.) folglich der Triangel ADB **gleich** dem Triangel ADC. (§. 223.)

§. 261. Wenn die Linie AB der Linie CD, und die Linie AC der Linie BD **gleich** ist, so ist die Linie AB mit CD und die Linie AC mit DB (vermög §. 253.) **parallel**, weil der Triangel ABD dem Triangel ACD **gleich** ist, (§ 228.) und also die **Wechselswinkel** an AD **gleich** sind. (Tab. 3. Fig. 47.)

§. 262. Wenn man von den zween willkührlichen Puncten M und O der obern **Parallellinie** RS

die zween Perpendikel MN und OP auf die untere Parallellinie TV fallen läßt, so sind nicht nur bey N und P, sondern auch bey M und O rechte Winkel, (§. 257) und die Perpendikel sind parallel, (§. 253.) folglich gleich. (§. 260.) (Tab. 3. Fig. 48.)

§. 263. Ein Parallelogramm (§. 261) wird durch die Diagonallinie AD in zwey gleiche Dreyecke getheilt. Seine gegenüberstehende Winkel C und B sind gleich, und die an einer Seite liegenden Winkel DCA + CDB sind zween rechten Winkeln gleich. (Tab. 3. Fig. 47.)

§. 264. Ein Parallelogramm, in welchem ein rechter Winkel ist, hat lauter rechte Winkel.

§. 265. Wenn man aus beyden verschiedenen Seiten eines Parallelogramms AC und CD und dem Winkel C, den beyde Seiten einschliessen, ein Parallelogramm zeichnen will, so zeichne man erst das Dreyeck ACD, das diese beyden Seiten mit dem Winkel geben, und beschreibe über AD das Dreyeck ABD, nur so, daß AB = CD, und DB = AC sey. (§. 263.) (Tab. 3. Fig. 47.)

§. 266. In jedem Dreyeck ABC ist die Summe aller drey Winkel A + B + BCA zween rechten Winkeln gleich. (Tab. 3. Fig. 49.)

Man ziehe CE mit AB parallel, (§. 254.) und verlängere BC nach D, so ist ACE = A, und ECD

ECD = B, (§. 257.) also ist BCA + B + A = BCA + ECD + ECA, und diese sind zween **rechten** Winkeln **gleich**. (§. 235.)

§. 267. Weil die Winkel ACD + ACB = A + B + ACB, so ist ACD = A + B. (T. 3. Fig. 49.)

§. 268. Wenn B einem **rechten** Winkel **gleich** ist, so ist BAC + ACB auch einem **rechten** Winkel **gleich**; oder die beyden **schiefen** Winkel in einem **rechtwinklichten** Dreyecke betragen zusammen genommen auch einen **rechten** Winkel. (T. 3. Fig. 49.)

§. 269. Wenn in vorstehendem Fall (§. 268.) noch über dieses BA = BC, so ist BAC, = BCA (§. 222.) und einem halben **rechten** Winkel **gleich**.

§. 270. In einem **gleichseitigen** Dreyecke beträgt jeder Winkel so viel, als zwey Drittheile eines **rechten** Winkels. (§. 222.) (Tab. 3. Fig. 49.)

§. 271. Wenn in einem **gleichschenklichten** Dreyeck ein Winkel gegeben ist, so sind sie alle gegeben. (Tab. 3. Fig. 49.)

(Es sey BA gleich BC, und B sey gegeben, so ist A + ACB zween **rechten** Winkeln **gleich**, weniger dem Winkel B; also ist A **gleich** ACB und einem **rechten** Winkel **gleich**, weniger einem halben Winkel B; oder wenn A = ACB gegeben ist, so ist der Winkel B zween **rechten** Winkeln gleich, weniger zween Winkeln A.)

§. 272. Die Winkel lassen sich nicht nur durch ihre Verhältniß, die sie zu **rechten** Winkeln haben,

sondern auch auf andere, willkührliche Arten ausdrücken. Wenn man sich vorstellt, daß ein **rechter** Winkel in 90 gleiche Theile getheilt sey, daß ein solcher Theil **ein Grad**, und ein Sechzigtheilchen von ihm eine **Minute**, ein Sechzigtheilchen von der Minute eine **Secunde** heisse, u. s. w. so kann man die Winkel durch diese Theile, die man mit **Grad**$^{\circ}$, **Minut.**$'$ **Secund.**$''$ bezeichnet, ausdrücken. Ein **rechter** Winkel ist gleich 90°; ein halber **rechter** Winkel $= 45^{\circ}$; zwey Drittheile von einem **rechten** Winkel $= 60^{\circ}$. Wendet man das Gesagte auf die (§. 271.) gegebene Winkel an, so kommt folgende Rechnung heraus:

$$50^{\circ}\ 12'\ 17'' = B$$
$$179^{\circ}\ 19'\ 60'' = B + A + ACB.$$

$$129^{\circ}\ 47'\ 43'' = A + ACB.$$
$$64^{\circ}\ 53'\ 51\tfrac{1}{2}'' = A = ACB.$$

§. 273. Wenn man in jeder Figur ABCDEF die Summe aller Winkel finden möchte, so ziehe man aus einem willkührlichen Puncte, der innerhalb der Figur ist, und hier N heißt, nach allen Winkeln der Figur Linien, dardurch bekommt man so viel Dreyecke, als die Figur Seiten hat. Von jedem Dreyecke liegen zween Winkel an dessen

Grund-

Grundlinie, an einer Seite des Vielecks, wie z. E. der Winkel NAB, und ABN in dem Dreyeck ABN, und machen also Theile der Winkel des Vielecks aus, wie hier Theile von BAF und ABC. Der dritte Winkel jedes Dreyecks ligt an seiner Spitze, und gehört nicht zu den Winkeln des Vielecks, wie hier ANB. Nun machen in jedem Dreyeck alle drey Winkel zusammmen so viel, als zween rechte, (§. 266.) und in allen Dreyecken machen die Winkel, die rings um den Punct N sind, zusammengenommen vier rechte Winkel aus. (§. 236.) Man darf also nur 180 durch die Zahl der Seiten multipliciren und von dem Product 360 abziehen, so bleibt die Summe der Winkel des Vielecks übrig. (§. 236.) (Tab. 3. Fig. 50.)

§. 274 **Parallelogramme zwischen einerley Parallelen und über einer Grundlinie sind gleichen Innhalts.** (Tab. 3. Fig. 51.)

(Die **Parallelogramme** seyen ADCB u. EBCF; die **Parallelen** aber AF und BC. Wenn E in der verlängerten Linie AD liegt, so müssen BE und CD einander irgendwo in G zwischen den **Parallelen** schneiden. Nun ist AB = DC und BE = CF und AD = BC und BC = EF, (§. 194.) also ist AE = DF; folglich ist der Triangel ABE dem Triangel DCF **gleich**, (§. 228.) und der Triangel ABE − △DEG ist dem Triangel DCF − △DEG **gleich**, das ist, ADGB = EGCF, und endlich ADGB + △BGC = EGCF + △BGC, d. i. ADCB = EBCF.)

§. 275. Wenn die Linie E zwischen A und D fiele, so wäre EF = BC u. BC = AD, (§. 194.) also wäre AE = DF, und EB = FC, und DC = AB, (§. 194.) und der Triangel AEB wäre dem Triangel DCF (§ 228.) gleich; und addirt man zu einem jeden der beyden eben genannten Triangeln noch EDCB, so ist ADCB = EFCB. Eben diß gilt noch, wenn E in D fiele, da nur aus BEDC ein Triangel würde. (Tab. 3. Fig. 52.)

§. 276. **Zwey Parallelogramme, deren Grundlinien und Höhen gleich sind, sind auch gleichen Innhalts.**

(Unter der **Höhe** versteht man einen **Perpendikel**, der auf die **Grundlinie** von der gegenüberstehenden Seite gefällt worden ist, es fallen also die beyden Seiten, welche der gemeinschaftlichen Grundlinie gegenüber stehen, in eine **Parallele** (§. 262.)

§. 277. Zween Triangel, wie ACD und CDM sind **gleichen** Innhalts, wenn ihre Spitzen, A und M, in einer **Parallel** AM mit der gemeinschaftlichen Grundlinie liegen. Dann die **Parallellinien** DB und DE, mit CA und CM gezogen, geben die **Parallelogramme** ABDC (= zween Triangeln ACD,) und MEDC (= zween Triangeln CMD,) (§. 263.) und diese **Parallelogramme** sind **gleich** (§. 274.) und folglich auch die Triangel. Eben diß gilt, wenn die Höhen der Triangel wie Aa und

Mm,

Mm, oder die Perpendikel der Triangel, die von den Spitzen auf die Grundlinie gefällt worden, **gleich** sind. (Tab. 3. Fig. 53.)

§. 278. **Wenn die Dreyecke CAD und CMD über einer Grundlinie gleichen Innhalt haben, so ist AM mit CD parallel.** (Tab. 3. Fig. 53.)

(Ist AM mit CD **nicht parallel**, so sind aAM, mMA nicht **rechte** Winkel, (§. 253.) und doch ist, weil aA und mM **parallel** sind, (§ 253.) aAM + mMA zween **rechten** Winkeln **gleich**, folglich der eine **spitzig**, und der andere **stumpf**. Man nehme nun an, daß der Winkel aAM **stumpf** sey, und ziehe durch A eine **Parallellinie** mit CD, (§. 254.) die also auf aA **senkrecht** steht, und folglich unter AM fällt, und CM zwischen C und M in O schneidet, so haben die Dreyecke COD und CAD einerley Innhalt, weil sie auf einer Grundlinie zwischen **Parallelen** AO und CD stehen, folglich ist das Dreyeck COD dem Dreyeck CDM gleich, welches doch nicht seyn kann, da jenes ein Theil von diesem ist. Es kann also keine **Parallele** AO von AM verschieden seyn.)

§. 279. Jedes **Parallelogramm** CDBA ist **noch** einmal so groß, als jedes Dreyeck CAD, das mit ihm gleiche **Grundlinie** und **Höhe** hat.

§. 280. **Will man ein Parallelogramm machen, das einem gegebenen Triangel ABC gleich** ist, so halbire man die **Grundlinie** des Triangels, die BC heißt, in E, und ziehe durch die Puncte E und C **Parallelen**, in was für einen Winkel mit BC man will, biß an AFG, die

durch A mit BC parallel geht, so ist FGCE zweem Triangeln AEC **gleich** (§. 279.), und da der Triangel AEC dem Triangel ABE, der Triangel ABE aber dem halben Triangel ABC **gleich** ist, so ist das **Parallelogramm** FGCE dem Triangel ABC gleich. (Tab. 3. Fig. 54.) (Eben so kann man mehrere dergleichen Verwandlungen mit geradlinichten Figuren vornehmen.)

§. 281. In einem **rechtwinklichten** Dreyeck heissen die beyden Seiten, die den rechten Winkel einschliessen, **Catheti**, und die Seite, die dem **rechten** Winkel gegen über steht, die **Hypotenuse**. (Tab. 3. Fig. 55.)

(Das **rechtwinklichte** Dreyeck sey BAC, so sind die Seiten AB und AC die **Catheti**, die Seite BC aber die **Hypotenuse**.)

§. 282. In einem rechtwinklichten Dreyeck ist das Quadrat der Hypotenuse so groß, wie die Quadrate der beyden Cathetorum zusammen genommen. (Tab. 3. Fig. 55.)

(Man mache die **Quadrate** der **Cathetorum**, nemlich ABKN und ACEH, und das **Quadrat** der **Hypotenuse** BCMD, ziehe hernach aus dem **rechten** Winkel eine **senkrechte** Linie auf die **Hypotenuse**, und verlängere sie so, daß man die Linie AF, welche mit BD **parallel** ist, bekomme, so wird das **Quadrat** der **Hypotenuse** BCMD in die zwey **länglichten Vierecke** oder **Rechtecke** BGFD und CGFM getheilt. Jedes dieser eben benannten **Rechtecke** ist dem **Quadrat** derjenigen Seite **gleich**, nach welcher es zu liegt, nemlich BGFD ist **gleich** ABKN, und CGFM ist **gleich** ACEH; dann man

man ziehe die Linien AD und CK, so ist das Dreyeck BAD gleich dem halben Rechteck BGFD, und das Dreyeck KBC ist gleich dem halben Quadrat KNAB; (§. 279.) Nun ist aber die Seite KB gleich der Seite BA, und BC ist gleich BD, und der Winkel KBC ist gleich einem rechten Winkel + ABC, und der Winkel ABD ist ebenfalls gleich einem rechten Winkel + ABC, also ist das Dreyeck KBC gleich dem Dreyeck BAD, (§. 219.) folglich ist das Quadrat RNAB gleich dem Rechteck BGFD. Eben so ist das Dreyeck CEB gleich dem halben Quadrat CEHA, und das Dreyeck CMA ist gleich dem halben Rechteck CGFM; und da CE gleich ist CA, und CB gleich ist CM, und ECB gleich ist ACM, so ist das Dreyeck CMA gleich dem Dreyeck CEB, und das Rechteck CGFM ist gleich dem Quadrat CEHA. Folglich ist die Summe der Rechtecke BGFD und CGFM der Summe der Quadrate ABRN und ACEH gleich; oder, weil man auch die Quadrate durch die beyden Buchstaben anzuzeigen pflegt, die an den Endpuncten ihrer Seiten stehen, zu denen man noch rechter Hand den Buchstaben q setzt, so kann man auch sagen: BCq ist gleich ABq + ACq.)

§. 283. Vorbenannter Satz, (§. 282.) wird um des grossen Nutzens willen, den er in der gesammten Mathematik hat, **Magister Matheseos**, oder von seinem Erfinder, dem griechischen Weltweisen **Pythagoras**, der **Pythagorische Lehrsatz** genannt.

§. 284. Wenn BCq gleich ABq + ACq, so ist BAC einem rechten Winkel gleich. Dann man ziehe auf CA den Perpendikel AD = AB, so ist

CDq

CDq gleich CAq + ADq, und CAq + BAq ist gleich CBq; also ist CD gleich CB, und der Triangel CAD ist gleich dem Triangel CAB, (§. 228.) und CAB ist gleich CAD, und CAD einem rechten Winkel gleich. (Tab. 3. Fig. 56.)

§. 285. **Wenn in einem rechtwinklichten Dreyeck die Hypotenuse und ein Cathetus so groß, als in einem andern rechtwinklichten Dreyeck, so müssen auch die übrigen Stücke in beyden Dreyecken, und die Dreyecke selbst einander gleich seyn.** (Tab. 3. Fig. 57.)

(In den beyden **Dreyecken** ARQ und arq ist die **Hypotenuse** AQ **gleich** der **Hypotenuse** aq; und der **Cathetus** AR ist **gleich** dem **Catheto** ar. Weil nun ARq + RQq **gleich** ist AQq, und arq + rqq **gleich** ist aqq, (§. 283.) und AQq **gleich** aqq, so ist auch ARq + RQq **gleich** arq + rqq; und da ARq **gleich** arq, so ist auch RQq **gleich** rqq, und folglich RQ **gleich** rq, und mithin sind in beyden Dreyecken alle Seiten einander **gleich**, und folglich die Dreyecke selbst **gleich und ähnlich**; (§. 228.) oder mit **Zeichen** ausgedruckt sieht das Exempel aus, wie folgt:

	ARq	+	RQq	=	ARq		
	arq	+	rqq	=	aqq		
	ARq			=	aqq		
da nun	ARq	+	RQq	=	arq	+	rqq
und	ARq			=	arq		

so ist RQq = rqq u. Rq = rq.

§. 286. **Wenn man ein Quadrat machen will, das so groß ist, als zwey oder mehrere an-**

andere zusammen genommen, so setze man die Seiten der beyden Quadrate AB und BC rechtwinklicht zusammen, und ziehe die Linie AC, so hat man die Seite des Quadrats, welches so groß ist, als die andern beyde (1, 2) zusammen; und wenn man CA = AC auf die Seite des dritten Quadrates CD perpendicular aufrichtet, und die Linie DE zieht, so hat man die Seite eines Quadrats, das so groß ist, als die drey Quadrate (1, 2, 3,) zusammen. (Tab. 3. Fig. 58.)

(Auf eine solche Weise kann man ein Quadrat machen, das so groß ist, als 4 oder 5 oder 6 oder noch mehr gegebene Quadrate.)

§. 287. Ein Perpendikel EF, der aus eines Cirkels Mittelpunct E auf die Sehne AB gefällt worden, halbirt sie in F. (Tab. 3. Fig. 59.)

§. 288. Eine Linie, die aus dem Mittelpunct E gezogen, die Sehne halbirt, steht auf ihr senkrecht. (Tab. 3. Fig. 59.)

§. 289. Eine Linie, die durch die Mitte einer Sehne senkrecht gezogen wird, geht durch den Mittelpunct. (Tab. 3. Fig. 59)

(Weil EA = EB, so folgt §. 287. 288. aus den Gründen, welche (§. 244.) angeführt worden; und weil nach §. 287. (L) der Perpendikel EF, welchen man aus dem Mittelpunct des Kreises herunter fallen läßt, auf die Mitte F der Sehne AB zu stehen kommt, so muß auch der Perpendikel, welcher aus dieser Mitte F aufgerichtet wird, durch des Kreises

ses Mittelpunkt E gehen, weil auf einem Punct nur einerley Perpendikel stehen können. (§. 233.) Hieraus erhellt also §. 289.

§. 290. Wenn man durch drey gegebene Puncte A, B, C, **die nicht in einer geraden Linie liegen**, einen Cirkel beschreiben will, so ziehe man mitten durch die gegebenen Sehnen AB und BC die Perpendikel MN und PQ. (§. 232.) Weil der Mittelpunct in jedem liegt, so liegt er in ihrem einzigen Durchschnitt O, und der Halbmesser, womit man den Cirkel beschreiben kann, ist also OA = OB = OC. Würden aber die gegebenen Puncte A, B, C **in einer geraden Linie** liegen, so wären die durch die Mitte der Sehnen gezogenen Perpendikel MN und PQ **gleichlaufend**. Sie würden sich also nicht durchschneiden, und mithin kann in gegenwärtigem Fall durch die gegebenen Puncte kein Cirkel beschrieben werden. (Tab. 3. Fig 60.)

§. 291. **Kreise, die aus einem Mittelpunct mit verschiedenen Halbmessern** beschrieben sind, werden **concentrische** Kreise genannt. (Tab. 4. Fig. 61.)

(Der **Mittelpunct** sey K, die verschiedenen **Halbmesser** seyen KP und KQ.)

§. 292. Kreise, die einander schneiden, das ist, zween Puncte, und nicht mehr gemein haben, haben nicht einerley Mittelpunct, aber eine gemeinschaftliche Sehne durch die Durchschnittspuncte, wie LM, (Tab. 2. Fig. 26.) und wenn man durch das

das Mittel dieser Sehne einen Perpendikel auf sie setzt, so geht solcher durch beyder Kreise Mittelpuncte. (§. 287. 288. 289.)

§. 293. **Der Winkel an dem Mittelpunct** ist derjenige, dessen Spitze an den **Mittelpunct**, und dessen beyden **Schenkel** an die **Peripherie** des Cirkels stossen, wie (Tab. 4. Fig. 62.) der Winkel BDC.

§. 294. **Der Winkel an der Peripherie** ist derjenige, dessen **Spitze** sowohl, als die beyden **Schenkel** an die **Peripherie** des Cirkels stossen, wie (Tab. 4. Fig. 62) der Winkel BAC.

§. 295. **Der Winkel an dem Mittelpunct ist zweymal so groß, als der Winkel an der Peripherie, der mit ihm auf einerley Bogen steht.** Der **Winkel am Mittelpunct** sey (§. 294) BDC, und der **Winkel an der Peripherie** sey (§. 295.) BAC. (Tab. 4. Fig. 62. 63. 64.)

(Es gibt drey Fälle, in welchen die Lage dieser Winkel gegen einander betrachtet werden kann:

I. Fall. Der Winkel BDC ist **gleich** A + C, (§. 267.) and A + C ist **gleich** zweyen A. (§. 222.) (Fig. 62)

II. Fall. Der Winkel EDB + BDC ist **gleich** zweyen EAB + 2 BAC, und EDB ist **gleich** zweyen EAB, deßwegen ist BDC **gleich** zweyen BAC. (Fig. 63.)

III. Fall. Der Winkel EDC ist **gleich** zweyen EAC und EDB ist **gleich** zweyen EAB, also ist

EDC

EDC + EDB gleich zweyen EAC plus zweyen EAB; oder BDC ist gleich zweyen BAC. (Fig. 64.)

§. 296. **Der Winkel im halben Kreiß** KPL ist ein **rechter** Winkel, dann man ziehe durch den Mittelpunkt F die Linie PFG, so ist GPL gleich dem halben GFL: und GPK gleich dem halben GFK; also ist GPL + GPK gleich dem halben GFL und dem halben GFK, und mithin der Helfte von zween **rechten** Winkeln gleich. (§. 235.) (Tab. 4. Fig. 65.)

§. 297. Wenn in einem Kreis **die Winkel am Mittelpunct** NEM und FEG einander gleich sind, so sind die **Bogen** NLM und FIG zwischen ihren Schenkeln gleich. (Tab. 4. Fig. 66.)

(Die Gleichheit der Winkel macht, daß die Sehne NM der Sehne FG gleich ist. (§. 219.) Man lege also die Sehne NM mit ihrem Bogen NLM auf die Sehne FG, so, daß N auf F, M auf G fällt, so muß jeder Punct des Bogens NLM auf einen Punct des Bogens FIG fallen, weil beyder Bogen Punkte von E gleichweit abstehen; **also decken beyde Bogen** einander.)

§. 298. Wenn in einem Kreis die Bogen MG und NF gleich sind, so sind auch die Winkel NEF und MEG gleich, zwischen deren Schenkel diese Bogen fallen. (Tab. 4. Fig. 66.)

(Wenn der Bogen NF dem Bogen MG gleich ist, wie hier angenommen wird, so müssen sie einander **decken**, und mithin muß N auf M und F

auf

auf G zu liegen kommen, und die Sehne, die zwischen N und F gezogen wird; muß der Sehne zwischen M und G **gleich** seyn; folglich ist der Triangel NEF dem Triangel MEG **gleich und ähnlich**, und also auch der Winkel NEF dem Winkel MEG **gleich**. (§. 228.)

§. 299. Gleiche Sehnen eines Cirkels haben gleiche Bogen, u. gleiche Bogen haben gleiche Sehnen. (Tab. 4. Fig. 66.)

(Wenn die **Sehne** NM der Sehne FG **gleich** ist, so ist auch der **Bogen** NLM dem Bogen GIF **gleich**, und NIM ist FLG **gleich**. Alles diß gilt auch bey zween Cirkeln, deren Halbmesser **gleich** sind.)

§. 300. Der Perpendikel EF halbirt auch den Bogen AIB in I. (Tab. 3. Fig. 59)

§. 301. Man theile einen Cirkel in vier gleiche Bogen, so heißt jeder derselben ein **Quadrant**.

§. 302. Wird der **Quadrant** DL in 90 Theile getheilt, daß also der ganze Umfang 360 Theile bekommt, so kann man die Winkel, die mit ihrer Spitze am Mittelpunct des Cirkels stehen, durch die Bogen bestimmen, die zwischen ihre Schenkel fallen. (Tab. 4. Fig. 67.)

(Wenn z. E. DF 50 solcher Theile hielte, so bestünde FKD aus 50 solchen Winkeln, dergleichen 90 einen **rechten** Winkel ausmachen, und 360 den Raum um K rings herum ausfüllen. Es ist also einerley, ob man EKD einen **Grad** nennen will, (§. 272.) oder ob man ED $= \frac{1}{360}$. DGHID einen

Grad heißt, da alsdann FKD als ein Winkel vor ausgesetzt wird, der dem Bogen von einem Grade zugehört. Die Benennung der Grade wird eigentlich den Theilen des Kreises beygelegt. Man kann sie aber auch auf diese Art von Winkeln gebrauchen. FKD gleich 50 Graden heißt soviel, als FKD gleich 50 EKD, wenn ED gleich 1 Grad.)

§. 303 Weil alle Cirkel, grosse wie kleine, einerley Zahl von Graden, nemlich 360 halten, so ist es gleichgültig, ob man mit einer grossen oder kleinen Eröfnung des Cirkels einen Winkel mißt; die Anzahl der Grade ist beyderseits einerley, nur sind die einzelnen Grade im ersten Fall grösser, und im andern Fall kleiner, denn man begehrt nicht zu wissen, wie groß der Bogen sey, wenn er in eine gerade Linie ausgedehnt würde, sondern wieviel er Grade halte, oder wie groß die Neigung des Winkels sey. Es wird also keine gewisse Grösse des Halbmessers vorausgesezt.

§. 304 Die gewöhnliche Art, Winkel zu messen, besteht darinn, daß man an ihre Spitze den Mittelpunct eines Kreises legt, der in Grade getheilt ist, und zählt, wieviel zwischen die Schenkel fallen.

(Der Halbmesser ist, wie (§. 303) gesagt, willkührlich. So heißt ein Bogen wie FD das Maas des Winkels FKD weil der Bogen, oder eigentlich die Menge von Graden, die auf ihn gehen, sich verhält, wie die Menge von Winkeln EKD, die auf FKD gehen.) (Tab. 4. Fig. 67.)

§. 305.

§. 305. Das Maas eines Winkels am Umkreise NPL u. MPL (§. 295. 297.) ist die Helfte des Bogens NL und ML, auf dem er steht. Und wenn zween Winkel, wie MPL und MOL auf Bogen stehen, die zusammen den Umkreis machen, so machen ihre Maase zusammen den halben Umkreis; also ist MPL + MOL **gleich** zween **rechten** Winkeln. (Tab. 4. Fig. 65.)

§. 306. Wenn die Sehne AB dem Halbmesser BK **gleich** ist, so ist der Triangel ABK ein **gleich**seitiger Triangel, worinn also auch alle 3 Winkel einander **gleich** sind; (§. 226.) alle 3 Winkel aber sind in einem Triangel zween **rechten** Winkeln, oder 180 Graden **gleich**, (§. 266.) mithin hat der Winkel AKB 60 Grade, (§. 270.) und also hat auch der Bogen AB 60 Grade, welche soviel, als den sechsten Theil von 360 Graden betragen. Der Halbmesser ist folglich die Sehne des 6ten Theils vom Umkreis. (Tab. 4. Fig. 68.)

§. 307. Wenn man in einen gegebenen Cirkel ein **ordentliches Sechseck** beschreiben will, so darf man nur darinnen den Halbmesser sechsmal herumtragen. (Tab. 4. Fig. 68.)

§. 308. Wenn man auf eine gegebene Linie DC ein **Sechseck** beschreiben will, so darf man nur über ihr ein **gleichseitiges Dreyeck** DKC beschreiben,

ben, diß gibt K, und den Kreis um K mit 150 KD, und das Sechseck. (§. 307.)(Tab. 4 Fig. 68.)

§. 309. Wenn man über einer gegebenen Linie DC ein **ordentliches Vieleck** beschreiben will, so trage man an diese Linie DC die halben Polygonwinkel in D und C, und zeichne auf diese Weise einen **gleichschenklichten** Triangel, (§. 273.) so gibt sich dessen Spitze K, aus welcher der Kreis mit KD beschrieben werden kann, in welchem man also nur die gegebene Seite DC herumtragen darf. (Tab. 4. Fig. 68.)

§. 310. Alle Höhen der Dreyecke, in welchen das **Vieleck** aus dem Mittelpunct getheilt wird, wie KQ ist, sind **gleich**. (§. 297. 298.) Man richte also auf einer unbestimmten geraden Linie den Perpendikel aK = KQ auf, und mache ab = bc = cd = de = ef = fg, jedes einer Seite des Vielecks **gleich**, so haben die Dreyecke akb, bkc, ckd, dke, ekf, fkg alle einerley Innhalt, (§. 276.) jedes ist nemlich dem Dreyeck AKB **gleich**, und also ist die Summe aller Dreyecke, deren jedes AKB **gleich** ist, d. i. das Vieleck ABCDEF so groß, als die Summe aller Dreyecke der 69sten Figur, d. i. als △ kag, oder als ein Dreyeck, dessen Höhe = KQ, und dessen Grundlinie der Umfang dieses Vielecks ist. (Tab. 4. Fig. 68. 69)

§. 311.

§. 311. **Dreyecke von gleicher Höhe verhalten sich wie ihre Grundlinien.**

(Tab. 4. Fig. 70.)

(Die Dreyecke seyen BAC und CED, die Grundlinien aber BC und CD. Bb sey **gleich** Dd, und beyde seyen eine Länge, mit welcher sich BC und CD genau messen lassen, also, daß BC **gleich** M ⋈ Bb, und CD **gleich** n ⋈ Dd, wo m und n ganze Zahlen bedeuten. Nun ist das Dreyeck BAb dem Dreyeck DEd **gleich**, (§. 277.) und aus eben dem Grunde ist das Dreyeck BAC **gleich** M ⋈ △ BAb und das Dreyeck CED ist **gleich** n ⋈ △ DEd, mithin verhält sich das Dreyeck BAC zum Dreyeck CED, wie m zu n; und m verhält sich zu n, wie BC zu CD.

Zu mehrerer Erläuterung dieses Beweises nehme man in vorliegendem Fall an, daß sich BC und CD genau durch Zolle (§. 327) ausmessen liessen, und daß z. E. Bb ═ Dd 1 Zoll wäre. Wenn nun die Grundlinie BC 4 Zolle mässe, so wäre sie **gleich** 4 ⋈ Bb, und wenn die Länge von CD 6 Zolle in sich enthielte, so wäre sie gleich 6 ⋈ Dd; es würde also in benanntem Fall durch den unbestimmten Buchstaben m die Zahl 4, und durch n die Zahl 6 angedeutet worden seyn, und das Dreyeck BAC verhielte sich demnach zum Dreyeck CED, wie 4 zu 6, oder wie BC zu CD.)

§. 312. Wenn in dem Dreyeck ABC die Linie DE mit der Grundlinie BC **gleichlaufend ist**, so verhält sich AD zu DB, wie AE zu EC.

(Tab. 4. Fig. 71.)

(Da die Dreyecke DEB und DEC einander gleich sind, (§. 277.) so hat das Dreyeck ADE zu erst be-

nannten beyden Dreyecken einerley Verhältniß. Es verhält sich aber das Dreyeck ADE zum Dreyeck BDE, wie die Linie AD zur Linie DB, und das Dreyeck ADE verhält sich zum Dreyeck CDE, wie die Linie AE zur Linie EC; (§. 311.) also verhält sich AD zu DB, wie AE zu EC.)

§. 313. Da nicht nur das erste Glied einer Proportion sich zum zweiten verhält, wie das **dritte** zum **vierten**, (§. 117.) sondern das **erste** sich ebenfalls zum **dritten** verhält, wie das **zweite** zum **vierten**, (§. 131.) so kann man obige Proportion (AB : DB = AE : EC) durch **Verwechslung** verändern, und sagen: AD : AE = DB : EC.

§. 314. Wenn AD sich zu DB verhält, wie AE zu EC, so ist die Linie DE mit der Grundlinie BC parallel. (Tab. 4. Fig. 71.)

(Wenn sich die Linie AD zur Linie DB verhält, wie AE zu EC, und wenn das Dreyeck ADE sich zum Dreyeck DEB verhält, wie die Linie AD zur Linie DB, und das Dreyeck ADE sich verhält zum Dreyeck DEC, wie die Linie AE zur Linie EC, so verhält sich das Dreyeck ADE zum Dreyeck DEB, wie das Dreyeck ADE zum Dreyeck DEC, d. i. △ DEB ist **gleich** △ DEC, mithin ist die Linie BC mit DE **parallel**. (§. 277.)

§. 315. **Wenn in zweyen Dreyecken** ABC **und** DCE **die Winkel** BAC **und** CDE, **ferner die Winkel** ABC **und** DCE **einander gleich sind, und also** (§. 266.) ACB = DEC, **so verhalten sich jede zwo Seiten des einen Dreyecks, wie die beyden Seiten des andern, die den glei-**

chen

chen Winkeln gegen über stehen, und sind also die beyden Dreyecke einander ähnlich. (§. 200.) (Tab. 4. Fig. 72.)

(Man lege zwo Seiten, die in beyden Dreyecken gleichen Winkeln gegen über stehen, in eine gerade Linie, wie BC und CE, so ist BA mit CD, und CA mit DE parallel, (§. 253.) und ED stößt verlängert mit BA zusammen. (§. 256.) Geschicht diß Zusammenstossen der Linien in F, so ist DF = CA und CD = AF. (§. 260.) Ferner verhält sich BA zu BC, wie AF zu CE, und BC verhält sich zu DF, wie CE zu DE; (§. 313.) Man kann also CD statt AF, und AC statt DF schreiben, und alsdann gibt es folgende Proportionen:

1) BA : BC = CD : CE

2) BC : AC = CE : DE.

Da man nun die erste dieser Proportionen auch folgendergestalt setzen kann:

3) BA : CD = BC : CE,

und die zwote, wie folgt,

4) BC : CE = AC : DE,

so kann man nunmehr sagen: (§. 91. II.)

5) BA : CD = AC : DE

und diß wieder versezt gibt

6) BA : AC = CD : DE.

§. 316. Weil (Tab. 4. Fig. 71.) der Winkel ADE dem Winkel ABC und der Winkel AED dem Winkel ACB gleich ist, (§ 257.) so sind die Dreyecke ADE und ABC einander ähnlich, (§. 314.) mithin kann man auch sagen:

1) AD : DE = AB : BC

und durch die Versezung

2) AD : AB = DE : BC.

Ferner ist ebenfalls

3) AE : DE = AC : BC,

und versetzt:

4) AE : AC = DE : BC

und also folgt aus Nro 2. und 4., daß

5) AD : AB = AE : AC.

§. 317. **Wenn in den beyden Dreyecken BAC und bac sich BA verhält zu AC, wie ba zu ac, und AC sich verhält zu CB, wie ac zu cb, (woraus die Proportion BA : BC = ba : bc entsteht,) so sind die Winkel in der Ordnung gleich, wie sie den proportionirten Seiten gegen über stehen, und also sind die Dreyecke einander ähnlich. (Tab. 4. Fig. 73.)**

(Es sey pbc = B, und pcb = C, so verhält sich (§. 315.) BA zu BC, wie bp zu bc. Oder, wenn man, statt der ersten Verhältniß, (BA : BC) die ihr gleiche Verhältniß im Dreyeck bac setzt, so verhält sich ba zu bc, wie bp zu bc; also ist ba **gleich** bp. Eben so verhält sich AC zu BC, wie pc zu bc, oder ac verhält sich zu bc, wie pc zu bc, und ac ist **gleich** pc; folglich haben die Dreyecke bpc und bac nicht nur einerley Seiten, sondern auch einerley Winkel, (§. 228.) und diese zwey Dreyecke sind also einander **gleich** und **ähnlich**; und es ist der Winkel abc **gleich** dem Winkel cbp, und der Winkel cbp ist **gleich** dem Winkel B, und der Winkel acb ist **gleich** dem Winkel bcp, und der Winkel bcp ist **gleich** dem Winkel C; aber a ist **gleich** p, und p ist **gleich** A.)

§. 318. Dreyecke, die einerley Winkel, (§. 315.) oder proportionirte Seiten (§. 317.) haben, sind also, wie schon gesagt, **ähnlich**, (§. 200.) und ähnliche Dreyecke haben beydes, weil aus jedem das andere folgt.

§. 319. **Wenn in zweyen Dreyecken B gleich abc ist, und AB sich verhält zu BC, wie ab zu bc, so sind die Dreyecke ähnlich.**
(Tab. 4. Fig. 73.)

(Ist cbp **gleich** B **gleich** cba, und ferner bcp **gleich** C, so sind die Dreyecke BAC und bpc **ähnlich**, (§. 315.) und bp verhält sich zu bc, wie BA zu BC, und BA verhält sich zu BC, wie ba zu bc, also ist bp **gleich** ba, und die Dreyecke bpc und bac sind einander **ähnlich** und **gleich**, (§. 219.) also sind BAC und bac ähnlich, oder A = a, und C = bca, und BC verhält sich zu CA, wie bc zu ca.)

§. 320. **Eine gegebene Linie AB kann in Theile getheilt werden, die eben die Verhältnisse unter einander haben, wie die gegebenen Theile AD, DE, und EG einer andern Linie.** (Tab. 4. Fig. 74.)

(An die getheilte Linie AG setze man AB, und ziehe BG durch die Endpuncte, und durch die gegebenen Theilungspuncte D und E die Parallelen DH und EF, so verhält sich AD zu DE, wie AH zu HF, und DE verhält sich zu EG, wie HF zu FB. (Tab. 4. Fig. 74.)

(Der ersten Proportion AD : DE = AH : HF) ist (§. 313.) bereits erwähnt worden; Nach eben diesem Paragraphen kann man also sagen;

1) AD : DE = AH : HF,

und aus dem nemlichen Grunde,

2) AE : EG = AF : FB.

Da nun beyde Proportionen (nach §. 131.) folgender gestalt versetzt werden können:

3) AD : AH = DE : HF,

und

4) AE : AF = FG : FB,

so folgt hieraus, daß, weil die Dreyecke ADH und AEF ähnlich sind, und also

5) AD : AH = AE : AF,

auch

6) DE : HF = EG : FB

seyn müsse, welches letztere durch die **Versetzung**

7) DE : EG = HF : FB gibt.

§. 321 Soll die Linie AB (§. 320.) in eine gegebene Menge gleicher Theile getheilt werden, so darf man nur AG aus so viel gleichen, willkührlich angenommenen Stücken AD = DE = EG u. s. w. zusammensetzen. (Tab. 4. Fig 74.)

§. 322 **Wenn man zu drey gegebenen Linien AB, BC und BD die vierte Proportionallinie suchen will,** so trage man die drey Linien auf die Schenkel eines willkührlichen Winkels, nemlich die erste und zwote Linie aus der Spitze auf den ersten und andern Schenkel, die dritte wieder auf den ersten Schenkel, von dem Punct an, wo die erste Linie aufhört, alsdann ziehe man BC und DE **parallel**, so ist CE die gesuchte **vierte** Proportionallinie, oder AB verhält sich zu AC, wie BD zu CE. (§. 313)

(Tab. 4. Fig. 75.)

§. 323. Wenn BD = AC, so findet man auf eben diese Art zu zwo Linien die dritte.

(Tab. 4. Fig. 75.)

§. 324.

§. 324. **Wenn man zwischen zwo Linien AB und BC eine mittlere geometrische Proportionallinie finden will**, so beschreibe man über ihrer Summe einen halben Cirkel, den ein Perpendikel durch B in D schneidet, so ist BD die gesuchte Linie. (Tab. 4. Fig. 76.)

(Zieht man AD und DC, so ist ADC einem rechten Winkel gleich, (§. 296.) das ist, ADB+BDC ist gleich BDC+C, (§. 268.) also ist ADB = C, folglich A = BDC, (§. 266.) und AB verhält sich zu BD, wie BD zu BC. (§. 315.)

§. 325. Jedes **rechtwinklichte** Dreyeck wird durch den **Perpendikel** von dem rechten Winkel auf die **Hypotenuse** in zwey Dreyecke getheilt, die unter sich und dem Ganzen ähnlich sind.

§. 326. Um die bißherigen Lehren auf die **ausübende Geometrie**, soviel es der Raum und die Absicht dieser Schrift erlaubt, anzuwenden, und jungen Wundärzten zugleich den Nutzen anschaulicher zu machen, den die bisher erklärten **geometrischen Säze**, ausser der Hauptabsicht auf das **chirurgische Studium**, auch im gemeinen Leben äussern, werden nachfolgende Abschnitte nicht überflüßig seyn.

§. 327 Wenn man **gerade Linien** messen will, so nehme man ein Maas an, das man einen **Fuß** nennt. Zehen Fusse machen eine **Ruthe**; der zehnte

Theil

Theil eines Fusses aber einen Zoll, und der zehente Theil des Zolls eine Linie. Bisweilen theilt man auch die Linie noch aufs neue in 10 gleiche Theile, welche man Scrupel zu nennen pflegt; die Ruthen werden mit °, die Fusse mit ', die Zolle mit '', die Linien mit ''' die Scrupel durch '''' bezeichnet. So werden z. E. $53^{\circ}\ 4'\ 7''\ 8'''\ 9''''$ durch 53 Ruthen, 4 Fuß, 7 Zoll, 8 Linien, 9 Scrupel ausgedrükt. Man kann auch, wenn man z. E. lauter Scrupel haben will, sagen: $534789''''$, oder drey u. funfzig tausend vierhundert und acht und siebenzig Scrupel. Diese Bequemlichkeit hat die Feldmesser veranlaßt, die Decimaltheilung zu gebrauchen.

§. 328. Diese Eintheilung in 10 Theile ist eigentlich die mathematische. Da aber an verschiedenen Orten auch eine andere Eintheilung gewöhnlich ist, so versteht sich von selbst, daß man sich die Eintheilung des Maases bekannt mache, nach welchem man messen soll. So wird z. E. der Pariser Fuß in 12 Zolle, und jeder Zoll in 12 Linien, und jede Linie noch weiter in 10 Theile getheilt; es hält also der Pariserfuß $1 \times 12 \times 12 \times 10$, d. i. 1440 solcher Theile.

§. 329. Ausser dem erst gedachten Pariserfuß, der fast überall bekannt ist, hat man auch noch den Rheinländischen und Londnerfuß zu bemerken; den ersten, weil er hin und wieder in Teutsch-

land,

land, wie auch in Dänemark eingeführt ist, und den andern, weil er in mathematischen Rechnungen von den englischen Scribenten gebraucht wird.

§. 330. Ein Maasstab, durch welchen sich die Längenmaase im Kleinen vorstellen lassen, heißt ein **verjüngter Maasstab**. (Tab. 4. Fig. 77.)

§. 331. Die Verzeichnung des **verjüngten Maasstabs** für das **zehentheiliche** Maas ist folgende:

Man trage auf eine unbestimmte Linie **zehen** willkührlich angenommene Theile, so, daß die daraus entstehende Linie AB **zehen** solche gleiche Linien, wie N und B, enthält.

Die Linie AB selbst trage man ferner so oft auf die Linie AC, als es die Länge derselben erlaubt. An die Endpuncte A, B und C errichte man senkrechte Linien von unbestimmter Länge, und trage auf die eine derselben, z. E. auf PA oder SB, ebenfalls **zehen** willkührlich angenommene gleiche Theile, und ziehe durch die Theilungspuncte a, b, c, d u. s. w. gerade Linien, die mit AC **parallel** sind. Auf die oberste dieser Linien PQ trage man ferner die Theile der untersten Linien AC, so, daß S 1 = NB u. s. w. werde. Endlich ziehe man noch die Linien SN u. s. f. so ist der verjüngte Maaßstab fertig. Läßt man nun die Linie AB eine **Ruthe** bedeuten, so wird NB oder S einen **Schuh**, qa einen **Zoll**, rb zween **Zoll**, gc drey **Zoll**, nd vier **Zoll**, fe fünf **Zoll** u. s. f. bedeuten. Denn, weil, vermöge der Construction, qa parallel mit NB ist, so verhält sich Sa zu qa, wie SB zu NB (§. 312.)

und

und versezt, verhält sich
Sa zu SB, wie qa zu NB, (§. 131.)
da nun
Sa zu SB sich verhält, wie 1 zu 10, so verhält sich
qa zu NB, wie 1 zu 10. (§. 91. II.)

Auf eben diese Art ist auch klar, daß rb zween Zoll vorstellt, wenn NB 1 Schuh, d. i. 10 Zoll bedeutet, oder, welches einerley ist, daß rb sich zu NB verhält, wie 2 zu 10. Denn, weil auch rb mit NB **parallel** gezogen worden, so ist der Triangel Srb dem Triangel SNB **ähnlich**, (§. 312.) und daher verhält sich
Sb zu rb, wie SB zu NB,
und versezt
SB zu SB, wie rb zu NB, (§. 131.)
und da
SB zu SB sich verhält, wie 2 zu 10, so verhält sich
rb zu NB wie 2 zu 10 (§. 91. II)

(Wollte man den **verjüngten Maasstab** nach einer andern Eintheilung der Ruthen, Schuhe u. s. w. einrichten, z. E. nach dem sogenannten **Duodecimalmaasse**, nach welchem die Ruthe in 12 Schuhe, der Schuh in 12 Zoll u. s. w. getheilt wird so müßte man auf die Linien AB und AP nicht 10, sondern 12 gleiche Theile tragen)

§. 332. Will man auf diesem **verjüngten Maasstab** 5 Schuhe nehmen, so setze man den Cirkel in den Punct S, und öfne ihn auf der nemlichen Linie biß in 5. Will man 4 Schuh und 3 Zoll nehmen, so setze man den Zirkel in den Punct c, und öfne ihn auf dieser Linie biß in den Punct, wo sie durch diejenige Linie, die oben mit 4 bezeichnet ist, durchschnitten wird.

wird. Soll man eine Ruthe, 3 Schuh und 2 Zoll nehmen, so setze man den Zirkel auf QC, und zwar auf den Punct, den die dritte **Querlinie** von oben berührt, und öfne ihn auf dieser Querlinie biß dahin, wo sie von der oben mit 3 bezeichneten Linie durchschnitten wird.

§. 333. Wenn man **Weiten** und **Höhen** messen soll, die sich **nicht unmittelbar** messen lassen, so stelle man sich die **gerade** Linie, wordurch die **Entfernung** oder **Höhe** eines Orts bestimmt wird, als die Seite eines Triangels vor, und suche von diesem Triangel so viel zu finden, als hinlänglich ist, um einen **gleichen** oder **ähnlichen** Triangel zu machen. (§. 219. 223. 228. 251. 315. 317. 319.) Also auf der Lehre von **gleichen** und **ähnlichen Dreyecken** beruht die ganze Feldmeßkunst.

§. 334. Auf dem Felde pflegt man sich die Puncte durch **Stäbe** vorzustellen, die man senkrecht in die Erde steckt, wofern nicht schon an dem Ort, wo das Ende einer Linie seyn soll, ein Baum oder anders Merkmal sich befindet. Die **geraden** Linien, welche nicht zu lang sind, bestimmt man durch zween Stäbe, die man an ihre Endpuncte setzt. Bey langen Linien aber pflegt man auch in der Mitte noch einige Stäbe einzustecken. Man kann aber leicht sehen, ob ein mittlerer Stab mit den beyden äussersten, welche die Endpuncte vorstellen, in gerader Linie steht, wenn man mit einem

Aug

Aug von dem einen äussersten Stab gegen den andern zu sieht, und Achtung giebt, ob alle mittlern Stäbe dadurch verdeckt werden.

§. 335. Zur **unmittelbaren** Messung der Linien auf dem Felde bedient man sich entweder einer **Kette, Stange,** oder **Schnur,** welche in **Ruthen** und **Schuh** eingetheilt sind. Bey den **Schnuren** ist nur diß zu merken, daß sie von der Feuchtigkeit der Luft viel kürzer und von der Trockenheit derselben viel länger werden, wofern sie nicht zuvor in Leinöl gesotten, und durch und durch mit Wachs getränkt worden sind.

§. 336. Durch Hülfe einer Schnur oder Kette läßt sich leicht ein Winkel auf dem Felde an jeden Punct einer gegebenen Linie tragen, wenn man das auf dem Felde thut, was (§. 252.) auf dem Papier zu machen vorgeschrieben worden.

(Es sey r ein Winkel auf dem Feld, und R ein gegebener Punct einer geraden Linie, an welchen der Winkel r gesezt werden soll. Man erwähle sich auf den Schenkeln des Winkels r zween beliebige Puncte, wie a und q, messe erstlich die Linie rq und mache RQ = rq, alsdenn messe man auch ra und aq, und mache sich eine Schnur, die so groß ist, als beyde Linien zusammen genommen, doch so, daß man sich den Punct a, welcher der Endpunct von ra ist, durch ein Merkmal an der Schnur bezeichnet. Die beyden Ende dieser Schnur stecke man an die Puncte R und Q, dehne sie alsdenn an dem Punct a aus, und stecke an den Ort, wo dieser Punct hintrift, einen Stab,

so

so muß der Winkel R, welchen die Linien RA und QR miteinander machen, dem Winkel r vollkommen gleich seyn. (§. 228) (Tab. 3 Fig. 57.)

§. 337. Eine **Weite** AB läßt sich messen, wenn man zu beeden Endpuncten auch nur von einem dritten Stand C kommen kann. (Tab. 4. Fig. 78.)

(Man messe CA und CB, und trage diese Längen auf die rückwärts verlängerte Linien in a und b, daß ACa und BCb gerade Linien werden, und Ca gleich CA, und Cb gleich CB werde, so ist ab gleich AB. (§. 219. 238.)

§. 338. Eine **Weite** AB läßt sich messen, wenn man vom Stand C nur zu einem Endpunct A, nicht aber zum andern Endpunct B kommen kann. (Tab. 4. Fig. 78.)

(Man trage CA zurück in Ca, und an a den Winkel CaP = CAB; (§. 252.) alsdann gehe man in der Linie aP fort, bis man zugleich in BC kommt, der Punct b, wo man sich alsdann befindet, gilt ab = AB. (§. 223.)

Um die gerade Linie AB genauer zu bestimmen, kann man zwischen A und B, so weit es die dazwischen liegende Hinderniß erlaubt, einen Stab einstecken, so, daß A, der Stab, und B einander decken, (§. 334.) damit man dardurch den Winkel genau abnehmen könne. Sollte aber A zu nahe an der Hinderniß liegen, (diese sey entweder ein Haus, Baum, oder See u. s. w.) so kann man die Linie BA seitwerts etwas verlängern, und alsdenn, wenn man ab gefunden hat, soviel, als die Verlängerung beträgt, wieder abziehen.)

§. 339. Eine **Weite** AB läßt sich messen, wenn man von C weder nach A noch nach B kommen kann.

(Tab. 4. Fig. 78.)

(Man nehme seitwerts von A einen Stand, von dem man nach C kommen kann, so kann man nach der Anweisung, die bey §. 338 gegeben worden, AC finden. Eben so findet man auch CB, wenn man nemlich seitwerts von B einen Stand nimmt, aus dem man nach C kommen kann. Trägt man diese beyden Linien obenbesagtermassen zurück, (§ 337.) so ist ab = AB.)

§. 340. Das bißher erwähnte Feldmessen heißt man **mit blossen Stäben**, oder **ohne Instrumente**. Zu dem **Feldmessen mit Instrumenten** aber gehören, ausser den schon benannten, nemlich dem **Lineal, Zirkel und verjüngten Maasstab**, noch der **Transporteur**, das **Astrolabium** und das **Meßtischlein**, als die vorzüglichsten Instrumente.

§. 341. Der **Transporteur** besteht aus einem halben Zirkel, dessen Peripherie in 180 Grade getheilt ist; an dem Durchmesser aber ist der Mittelpunct durch einen scharfen Einschnitt bemerkt.

(Tab. 5. Fig. 79)

§. 342. Das **Astrolabium**, oder der grössere Winkelmesser besteht aus einem halben (oder auch wohl ganzen) Zirkel, der gehörig in Grade einge-

theilt ist. An dem Mittelpunct ist ein beweglich Lineal, an welchem **Diopteru** befindlich sind. (Tab. 5. Fig. 80.)

(Unter **Diopteru** versteht man diejenige Theile der Instrumente, wodurch man auf einen gewissen Punct in einer geraden Linie zielt. In den gemeinen geometrischen Instrumenten bestehen sie aus zwey schmalen und etwas hohen Blechen, die beyde in der Mitte einen subtilen Spalt haben, oder wovon eins mit Löchlein versehen ist.)

§. 343. Wenn man einen Winkel auf dem Papier messen will, so lege man den Mittelpunct des **Transporteurs**, (d. i den Theil desselben, der mit einem scharfen Einschnitt bezeichnet ist,) an den **Scheitel** des Winkels B, und rücke das Instrument so lang, biß dessen innere Schärfe an die Linie BC anstößt. Alsdenn zähle man die Grade an dem Bogen GH, welche zwischen die Schenkel des Winkels BF und BC fallen, so weiß man die **Grösse des Winkels.**

§. 344. Wenn man einen Winkel auf dem Feld messen will, so richte man das **Astrolabium** so, daß der Durchmesser CD auf den einen Schenkel des Winkels falle, verschiebe das an dem Mittelpunct E bewegliche Lineal FG, und ziele durch die Dioptern des Lineals auf demselben, biß man das Ende des andern Schenkels erblikt, zähle alsdenn die Grade CG, welche das Lineal auf dem Instrument abschneidet, so weiß man die Grösse des Winkels.

§. 345. Das **Meßtischlein** ist ein viereckigt Brett, darüber weiß Papier gespannt ist; es ruht auf einem Gestelle, das man **Stativ** nennt, und kann mit einem Lineal versehen werden, welches **Diopteren** hat.

§. 346. Wenn man sich nach Beschaffenheit der Umstände auf dem Meßtischlein einen Punct erwählt, das Lineal an diesen Punct legt, und durch die Diopteren desselben nach einem gewissen Gegenstand hinsieht, so kann man an diesem Lineal auf dem Meßtischlein eine Linie ziehen, welche von dem angenommenen Punct genau nach dem Gegenstand, auf den man gesehen hat, hingeht. Dreht man nun das Lineal um diesen Punct herum, oder schaut nach einem andern Gegenstand, so kann man abermals auf die nemliche Art eine Linie ziehen, und man bekommt also dadurch einen Winkel, dessen Spitze der angenommene Punct ist, und in dessen Schenkeln die beyden Gegenstände liegen.

§. 347. Schon aus den vorigen wenigen Aufgaben, die Messung einer **Weite** betreffend, (§. 337. 338 339.) ist abzunehmen, daß man die Weite zweener Oerter als die Seite eines gewissen angenommenen Dreyecks betrachte, und man also von diesem Dreyeck nach Beschaffenheit der Umstände so viele Stücke nehmen müsse, als nach den Sätzen von **gleichen und ähnlichen Dreyecken** nöthig sind, um eben

ein

ein solches Dreyeck nachmachen zu können, damit man alsdenn in diesem neuen Dreyeck die Seite zu messen im Stande seyn möge, welche man in dem erstern Dreyeck zu messen verhindert wurde.

§. 348. Will man aber ein gewisses Dreyeck nicht so nachzeichnen, daß das Nachgemachte dem erstern **gleich** und **ähnlich**, und also eben so groß, wie dasselbe werde, sondern man begnügt sich damit, daß das Nachgemachte dem andern nur **ähnlich** sey, so verfährt man in diesem Fall nach der Vorschrift der Sätze, welche von der **Aehnlichkeit der Dreyecke** handeln. (§. 315. 316. 317. 319.)

§. 349. Will man ein kleines Dreyeck zeichnen, welches einem gewissen grossen Dreyeck **ähnlich** ist, so mißt man, nach Beschaffenheit der Umstände, an diesem grossen Dreyeck diejenigen Stücke, welche nach dem Innhalt erstgedachter Sätze zur **Aehnlichkeit** erforderlich sind, und zeichnet das Dreyeck im Kleinen. Ist es der Fall, wie §. 319. und man hat in dem grossen Dreyeck BAC (**Tab. 4. Fig. 73.**) zwo Seiten BA und BC, und den Winkel B, den sie einschliessen, gemessen, so macht man in dem kleinen Dreyeck den Winkel b durch Hülfe des Transporteurs eben so groß, als er in dem grossen Dreyeck ist, und einer jeden der beyden Seiten ab und bc, welche erstgedachten Winkel einschliessen, gibt man im Kleinen durch das

Maas, das man von einem verjüngten Maasstab genommen hat, und in der nemlichen Ordnung, eben die Länge, welche die beyden Seiten in dem grossen Dreyeck haben, die man nach einem gewissen grossen Maasstab genommen hat, und zieht alsdenn die dritte Seite, welche durch die Endpuncte a und c der vorigen beyden Seiten bestimmt wird, so bekommt man einen Triangel, der dem grossen Triangel **ähnlich** ist.

§. 350. Eben so kann man auch ein grosses Dreyeck zeichnen, welches einem kleinen Dreyeck **ähnlich** ist, wenn man nemlich umgekehrt den Seiten des grossen Dreyecks nach einem grossen Maasstab eben die Länge gibt, welche die Seiten des kleinen Dreyecks nach dem **verjüngten** Maasstab haben.

§. 351. Da sich nun alle geradlinichte Figuren in Dreyecke theilen lassen, so sieht man leicht ein, wie sie nachzuzeichnen sind, und zwar, daß sie entweder vollkommen **gleich** u. **ähnlich**, oder daß sie nur **ähnlich** werden Dann wenn man alle Dreyecke in der Zeichnung den Dreyecken in der gegebenen Figur, so, wie sie in der Ordnung auf einander folgen, **gleich** und **ähnlich** macht, und eben so an einander setzt, so sind beyde, nemlich die **gegebene** und **gezeichnete** Figur, einander **gleich** und **ähnlich**. Macht man aber die Dreyecke in der Zeichnung den Dreyecken in der gegebenen Figur nur **ähnlich**, und sezt sie in der gehörigen Ordnung an einander, so sind beyde, nemlich die **gegebene** und **gezeichnete** Figur, einander **ähnlich**.

§. 352.

§. 352. Wenn man auf erst beschriebene Weise auf dem Papier eine Figur einer andern ähnlich macht, so heißt es: **eine Figur in Grund legen.**

§. 353. Wie man sich insonderheit des Meßtischleins, **um eine Figur in Grund zu legen,** bedienen **könne**, würde hier zu erklären zu weitläuffig seyn.

§. 354. Wenn man eine **Höhe** messen soll, so findet hier ebenfalls die Lehre von der **Aehnlichkeit der Triangel** wieder ihre Anwendung. Läßt sich an das **untere Ende der Höhe** kommen, so kann man sich den rechtwinklichten Triangel CAB (Tab. I. Fig. 14) so vorstellen, daß nemlich C die Spitze, A das **untere Ende der Höhe**, und B der Punct wäre, wo man den Mittelpunct des senkrecht in die Höhe gerichteten **Astrolabiums**, anbringt. Der Durchmesser wird **wagrecht** gerichtet, und das bewegliche Lineal dreht man so lang herum, biß man die Spitze C erblickt, dardurch bekommt man das Maas des Winkels CBA. Weil man nun die Linie AB messen kann, und bey A ein **rechter** Winkel ist, so kann man einen Triangel Cab zeichnen, worinnen ab nach dem verjüngten Maasstab eben soviel mißt, als AB nach dem grossen gefundenen Maas, und worinnen a = a und b = b ist, und weil folglich beyde Dreyecke einander ähnlich sind, (§. 315.) so verhält sich AB zu AC, wie ab zu ac, und also muß AC nach

dem **grossen Maas** eben soviel messen, als ac nach dem **verjüngten Maasstab.**

(Weil man die Instrumente, womit man die Winkel mißt, nicht unmittelbar auf die Erde legt, sondern auf ein **Stativ** sezt, so muß man allemal zu der gefundenen Höhe noch die Höhe des **Stativs** addiren.)

§. 355. Kann man zu dem **untern Ende der Höhe** nicht kommen, so nehme man (T. 1 F. 15) einen **schiefen** Triangel ACB an, so, daß A an der Spitze der Höhe ist, messe die Winkel B und C und die Linie CB, und zeichne hernach einen **ähnlichen** Triangel acb im Kleinen. Alsdenn verlängere man die Linie cb, und lasse auf dieselbe aus a einen Perpendikel fallen, so wird dieser Perpendikel nach dem verjüngten Maasstab eben das Maas enthalten, das ein von A auf die verlängerte Linie CB herunterfallender Perpendikel nach dem grossen Maas mißt.

§. 356. Der Kreis ist einem Dreyeck gleich, dessen Höhe dem Halbmesser des Kreises **gleich**, die **Grundlinie** aber so groß, als die Peripherie desselben ist. (Tab. 4. Fig 68.)

(Wenn man sich vorstellt, daß das **in einem Kreis beschriebene ordentliche Vieleck** unzählich viele Seiten hätte, so darf man sich auch vorstellen, daß sich diese in der Peripherie des Kreises verlieren, und mithin würde die Höhe der kleinen Triangeln, welche die Seiten des Vielecks zu Grundlinien haben, von dem Halbmesser des Kreises nicht mehr

ver-

verschieden seyn; es findet also dasjenige statt, was oben (§. 310.) von einem Dreyeck gesagt worden, dessen Höhe gleich KQ und dessen Grundlinie der Umfang des Vielecks ist.)

§. 357. Wenn sich die beyden Seiten AB und AC eines **Rechtecks** ABCD mit einer Linie AE = AF **ausmessen** lassen, so steckt das **Quadrat** von AE in dem **Rechteck** so vielmal, so viel Einheiten das Product AC × AB enthält, wenn man die beyden Seiten als Zahlen ansieht, deren Einheit die Linie ist, die sie beyde mißt. (Tab. 5. Fig. 81.)

(Der Linie AE Quadrat AFGE kann so vielmal neben einander auf AB gesezt werden, so vielmal seine Seite in AB enthalten ist, diß gibt also eine Reihe Quadrate, die an AB anliegt. An AC aber können so viel solcher Quadrate gesezt werden, so vielmal AF in AC enthalten ist, und also so viel Reihen Quadrate hinter einander stehen. Folglich bestimmt AB auf die erwähnte Art, als eine Zahl betrachtet, die Menge der Quadrate in einer Reihe, und AC die Zahl der Reihen, also beyder Zahlen Product bestimmt die Menge der Quadrate zusammen. Nimmt man ein solches Quadrat als die Einheit an, mit welcher Flächen sollen ausgemessen werden, so gibt diese Multiplication den Innhalt der Fläche, nemlich die Menge solcher Flächeneinheiten, die in dem Rechteck enthalten sind.

Es sey AB = 7 Schuh
AC = 4 Schuh, so ist des ganzen Rechtecks Innhalt = 7 × 4 = 28 □ Schuh.

Mißt man nach **Ruthen, Zollen, u. s. w.**, so bekommt man **Quadratruthen Quadratzolle.**

 Weil

(Weil alles Ausmessen einer Grösse in der Vergleichung derselben mit einer bekannten Grösse von eben der Art besteht, (§. 6.) so ist leicht einzusehen, daß man zum **Maas der Flächen** wieder eine **Fläche** annehmen müsse. Man hat daher gewisse **Quadrate** hiezu erwählt, und ihnen den Namen von der Länge ihrer Seiten gegeben. So heißt also eine **Quadrat- oder Flächen-Ruthe** ein solches Quadrat, dessen Seite eine **Ruthe** lang ist, ein **Quadratschuh** ein Quadrat, dessen Seite einen **Schuh**, ein **Quadratzoll** ein Quadrat, dessen Seite einen **Zoll**, und eine **Quadratlinie** ein Quadrat, dessen Seite eine **Linie** beträgt. Weil man nun alle Flächen durch Quadrate auszumessen pflegt, so ist daher der Ausdruck **quadriren** entstanden, welcher nichts anders sagen will, als den Innhalt einer Fläche bestimmen; oder die **Quadratur der Figur** bedeutet die **Ausrechnung ihres Innhalts**.

§. 358. Wäre die eine Seite des **Rechtecks** ABCD (Tab. 5. Fig. 81.) gleich sieben Schuhen, die andere gleich vier Schuhen, fünf Zollen, so müßte man die erste Seite auch in Zollen ausdrücken, (§. 139.) damit man die Menge von Quadratzollen bekomme, welche den Innhalt geben.

§. 359. Wäre ABCD (Tab. 5. Fig. 81.) ein **Quadrat**, so käme der Innhalt heraus, wenn man eine Seite desselben mit sich selbst multiplicirt.

§. 360. Aus dem vorhergehenden ist klar, daß nach dem **zehentheilichen** Maas eine **Quadratruthe** 100 Quadratschuh, folglich ein **Quadratschuh** 100 Quadratzoll, und ein Quadratzoll

100

100 Quadratlinien enthalte. Man kann daher ein solches Quadratmaas gar leicht unter andere Benennungen bringen, wenn man von der Rechten gegen die Linke immer zwo Zahlen abschneidet; z. E. 24367'' geben 2° 43' 67'', oder wenn man 7° in Zolle verwandeln sollte, so hängt man 4 Nullen an, und man bekommt 70000''.

§. 361. Um den **Flächeninnhalt** eines **schiefen Parallelogramms** zu finden, lasse man, von welchem Punct einer Seite man will, einen Perpendikel EG auf die gegenüberstehende Seite fallen, welche alsdann die **Höhe** des Parallelogramms vorstellen wird. (§. 276.) Hierauf messe man sowohl die **Grundlinie**, als auch die **Höhe**, und multiplicire beyde in einander, so ist das Product der verlangte **Innhalt**. (Tab. 3. Fig. 52.)

(Es sey das **Parallelogramm** EBCF gegeben, die **Grundlinie** BC sey **gleich** 35''', und die **Höhe** EG = 32''', so ist der Innhalt desselben BC × FG, d. i. 35 × 32, oder, wenn man wirklich multiplicirt 1120□''', d. i. 11□'', 20□'''. Der **Innhalt** ist also einem **Rechteck** BADC über eben der **Grundlinie** BC **gleich**, (§. 276) und die **senkrechte** Seite dieses Rechtecks AB ist **gleich** der **senkrechten** Linie EG.)

§. 362. Haben zwey Parallelogramme EFGH und IKLM **einerley Höhe** EG, so verhalten sie

sich

sich gegen einander, wie ihre verschiedene **Grundlinien** GH und LM. (Tab. 5. Fig. 82.)

(Man kann den **Innhalt** von EFGH erfahren, wenn man die **Grundlinie** GH mit der Höhe EG multiplicirt, und den **Innhalt** von IKLM erfährt man, wenn man die **Grundlinie** LM mit eben der **Höhe** EG multiplicirt. (§. 357.) Diese beyden **Rechtecke** verhalten sich wie die Producte aus EG in GH, und aus EG in LM, d. i. wie GH zu LM.) (§. 131.)

§. 363. Wenn zwey **Parallelogramme einerley Grundlinie** haben, so verhalten sie sich gegen einander, wie ihre **verschiedene Höhen.**

(Den Beweiß hievon kann man auf eben solche Art führen, wie oben. (§. 362.)

§. 364. Da man jeden **Triangel** als die Helfte eines **Parallelogramms** betrachten kann, (§. 277. 279.) so müssen nicht nur **Triangel von gleichen Höhen sich wie ihre Grundlinien**, (§. 311.) sondern auch **Triangel** von **gleichen Grundlinien** sich wie ihre **Höhen** verhalten, weil die Hälften eben die Verhältniß haben, wie die Ganzen. (§. 131.)

§. 365. Der **Innhalt** eines Dreyecks ABC kommt heraus, wenn man das Product aus seiner **Höhe** BD in die **Grundlinie** AC halbirt. (§. 279.) (Tab. 2. Fig. 40.)

(Man wähle eine Seite der Figur, z. E. AC zur **Grundlinie**, und ziehe aus der entgegengesetzten

Spitze

Spitze die senkrechte Linie BD, welche in diesem Falle die Höhe vorstellt, (§. 276.) so ist die Hälfte von AC multiplicirt mit BD, oder die Hälfte von BD multiplicirt mit AC, oder $\frac{BD \times AC}{2}$ der Innhalt des Dreyecks ABC.)

§. 366. Jedes **Vieleck** ABCDE läßt sich durch **Diagonalen** in Dreyecke zertheilen, die man also (nach §. 365.) einzeln ausrechnen, und zusammen addiren kan. (Tab. 5. Fig. 83.)

§. 367. In einem **ordentlichen Vieleck** ABCDEF darf man nur einen Triangel ABK ausrechnen, und diesen gefundenen Innhalt durch die Zahl der Seiten multipliciren. (Tab. 4. Fig. 68.)

§. 368. Gibt es unter den Gränzen der Figur **krumme** Linien, so nehme man, um die Figur gleichsam **geradelinicht** zu machen, so kurze Seiten darauf an, daß die Krümmung unmerklich wird.

§. 369. Nach den gegebenen Anweisungen läßt sich eine **Fläche**, die in **Grund gelegt worden**, auf dem Papier durch Hülfe des **verjüngten Maasstabs** ausrechnen.

§. 370. Wenn von einem Dreyeck ACD der **Innhalt** und die **Grundlinie** gegeben wird, so kann man die **Höhe** finden. (Tab. 3. Fig. 53.)

(Es sey der Innhalt 36′, und die Grundlinie CD 18′. Man dividire nun durch die halbe Grundlinie

linie, nemlich 9′ den Innhalt des Triangels ACD, so kommt die Höhe, nemlich 4′ heraus.

Diß bestimmt aber nicht ein gewisses Dreyeck, sondern nur die Entfernung einer mit der Grundlinie parallel laufenden Linie AE, in welcher die Spitzen aller Dreyecke liegen, welche die gegebene Grundlinie und den gegebenen Innhalt haben, denn es kann unzählich viele verschiedene Dreyecke geben, bey denen einerley Grundlinie und einerley Innhalt anzutreffen ist.)

§. 371. Diß dient zur Theilung der Figuren. Wenn man eine Figur in eine Menge gleicher Theile theilen solle, so rechne man sie erstlich aus, und dividire den gefundenen Innhalt mit der Zahl der Theile. Den Quotienten vergleiche man mit dem äussersten Triangel der Figur ABE; ist dieser kleiner, so ziehe man ihn von dem Quotienten ab, und sehe den Unterschied, als den Innhalt eines Triangels an, dessen Grundlinie BE ist. Man finde also seine Höhe LM. In diese Weite ziehe man mit BE eine Parallele; wo solche, wie bey N in eine Seite der Figur einschneidet, da fällt die Spitze des gesuchten Triangels BNE hin. Gibt es noch einen Einschnitt, wie bey O, so könnte der Triangel auch BOE seyn.

(Die Figur halte z. E. 12867′, so ist ihre Helfte in Zollen

$= 643350''$

△ ABE sey $= 527300''$

so bleiben 116050□″ für △ BNE übrig.

Es

Die Grundlinie BE sey = 7200″, so gibt 116050, dividirt durch die halbe Grundlinie 3600, die Summe von $32 \frac{17}{72}$ Zollen. Diese Summe ist gleich der Höhe LM. Also ist der Triangel BNE gleich $\frac{LM \times BE}{2}$ gleich 116050 □″, oder gleich 11° 60′ 50″ (§. 370.). So ist also ABNE die eine Helfte, und NEDC die andere Helfte der Figur. Sollte man mehr Theile machen, so müste das folgende Stück eben so wie das erste gefunden werden.)

§. 372. Weil die Peripherie des Cirkels eine krumme Linie ist, und eben deßwegen durch eine gerade Linie nicht unmittelbar gemessen werden kann, so haben sich Viele die Mühe gegeben, ein Paar Zahlen zu finden, welche die wahre Verhältniß des Durchmessers eines Cirkels zu seiner Peripherie genau bestimmen. Biß jezt hat man aber noch kein Verhältniß entdeckt, das nach der größten mathematischen Schärfe richtig wäre. Nach des Archimedis Bestimmung verhält sich der Durchmesser zur Peripherie ohngefehr wie 7 zu 22, welches Verhältniß aber in grossen Cirkeln etwas zu viel bringt, und nicht so genau ist, als das gewöhnliche, dessen man sich meistentheils in der Ausübung zu bedienen pflegt, nemlich 100 zu 314, bey welchem der Fehler nicht viel über $\frac{1}{1000}$ der Einheit beträgt, und welches eigentlich die ersten drey Zifern desjenigen Verhältnisses sind, das Ludolph von Cölln gefunden hat.

zur

§. 373. So lang man nicht im Stand ist, das genaue Verhältniß des Durchmessers eines Cirkels zur Peripherie zu finden, so lang kann man auch die **Quadratur des Cirkels** nicht finden. (§. 357.)

§. 374. Unter der **Quadratur des Cirkels** versteht man nichts anders, als die Erfindung eines **Quadrats entweder in Linien oder in Zahlen, welches ganz genau so groß ist, als der Innhalt des Cirkels.**

§. 375. Nimmt man also das Verhältniß 100 : 314 an, so läßt sich durch Hülfe der **Regel de Tri** zu dem gegebenen **Durchmesser** eines Cirkels die **Peripherie** und der **Innhalt** des Cirkels selbst leicht finden. Der **Durchmesser** sey 24 Schuh, so schliesse man, um die **Peripherie** zu finden, wie folgt:

$$100 : 314 = 24 : \text{Peripherie.}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \hline 1256 \\ 628 \\ \hline 75(36 \\ 1\,00 \end{array} \Big|\; 75\tfrac{36}{100} = 75'\,3''\,6''' = \text{Periph.}$$

Verlangt man nun den **Innhalt des Cirkels**, so multiplicire man die gefundene **Peripherie** $7536'''$ durch den **vierten** Theil des **Durchmessers**, welcher ebenfalls durch **Linien** auszudrücken ist. Dieser **vierte** Theil ist in gegenwärtigem Fall 6 oder $600'''$;

also

also

$$\begin{array}{r} 7536''' \\ 600''' \\ \hline \end{array}$$

geben 4521600 □''', d. i. 4□°, 52□', 16□'', (§. 360.) und dieses Product ist der **Innhalt des Cirkels**.

§. 376. Da alle Cirkel auf einerley Art erzeugt **werden**, so müssen auch alle einander **ähnlich** seyn, und alle **Durchmesser** haben zu ihren **Peripherien** einerley Verhältniß. (§. 303.)

§. 377. Das **Quadrat des Durchmessers** verhält sich zu dem **Innhalt des Cirkels**, wie beynahe 1000 : 785.

(Ist der **Durchmesser** 100, und die **Peripherie** 314, so ist das **Quadrat des Durchmessers** 10000, und der **Innhalt des Cirkels** (wenn nemlich die **Peripherie** 314 mit dem vierten Theil des Durchmessers 25 multiplicirt wird, (§. 375.) ist 7850, und wenn man bey beyden Zahlen die lezte Nulle wegläßt, (oder mit 10 dividirt,) so hat man oben benannte Verhältniß (1000 : 785). Diß dient, den **Innhalt** eines Cirkels aus dem **Durchmesser** zu berechnen, ohne daß man erst die Peripherie sucht. Es ist z. E. (§. 375.) der **Durchmesser** zu 24 angenommen worden; multiplicirt man nun diese 24 mit sich selbst, so hat man das **Quadrat des Durchmessers**, nemlich 576' oder 57600''. Sucht man endlich zu 1000 und 785, und zu 57600'' nach der **Regel de Tri** die **vierte Proportionalzahl**, so bekommt man den **Innhalt des Cirkels**, nemlich 45216''.) (§. 375.)

§. 378. Ist die **Peripherie** gegeben, so findet man den **Durchmesser**, wenn man nemlich zu 314 und 100 und der gegebenen **Peripherie** die **vierte Proportionalzahl** sucht. (§. 133.)

§. 379. Soll man den **Ausschnitt** FKD eines Cirkels berechnen, wovon der **Durchmesser** DH, und auch das Maas des Winkels FKD in Graden gegeben ist, so suche man zuerst die **Peripherie** (§. 375.) und sage alsdenn: „**360 Grade verhalten sich zu dem gegebenen Maas des Winkels** FKD, **wie sich die ganze Peripherie zu dem Bogen** DF **verhält**" so hat man DF in dem Längenmaase, mit welchem der **Durchmesser** gemessen worden. Multiplicirt man nun DF mit dem **vierten** Theil des **Durchmessers**, so bekommt man den **Innhalt** des **Ausschnittes** FKD. (**Tab.** 4. **Fig.** 67.) (§. 302. 304.)

(Der **Durchmesser** DH sey 12′, der **Winkel** FKD 6°, die **Peripherie** 3768‴, der Bogen DF $62\frac{4}{5}$‴, so ist der **Innhalt** des **Ausschnitts** FKD 18840‴.

Um die Rechnung zu erleichtern, suche man zu 100, 314, und dem gegebenen **Halbmesser** die vierte Proportionalzahl, so bekömmt man die halbe **Peripherie** nemlich 1884″. Nun sage man in obigem Exempel: **wie sich verhalten 180 Grade zu 6 Graden, so verhält sich die gefundene halbe Peripherie zu dem Bogen** DF **im Längenmaase.**„ Diß leztere wird alsdenn mit dem **vierten**

ten Theil des Durchmessers multiplicirt, und gibt den Innhalt des Ausschnitts.)

§. 380. Aus der gegebenen Sehne AB eines Bogens, und aus dessen Höhe FI kann man den Durchmesser ID, und auch den Mittelpunct E des Cirkels finden. (Tab. 5. Fig. 85.)

(Es sey FI oder die Höhe = 8′ 3″;
und die Helfte der gegebenen
Sehne AB = AF sey = 1° 6′ 6″,
so kann man sagen: "wie sich verhält FI zu AF, so verhält sich AF zu FD, oder nach den gegenwärtigen Zahlen

8′ 3″ : 1° 6′ 6″ = 1° 6′ 6″ : FD,

welches leztere, wenn man die Rechnung würklich anstellt, 332″ gibt. Addirt man nun FI, nemlich 83″ dazu, so hat der ganze Durchmesser ID 415″, und dieser in 2 Theile getheilt, gibt den Halbmesser ED, und zeigt also auch den Mittelpunct E.) (§. 134. 323.)

§. 381. Den Abschnitt, der zwischen dem Bogen AIB und der Sehne AB eingeschlossen ist, zu berechnen, suche man zuerst den Innhalt des Ausschnitts EAIBE, (§. 380.) und ziehe das Dreyeck AEB davon ab.

(Tab. 5. Fig. 85.)

(Man muß also die Linien AE, AB und EF wissen. Sind nur die beyden ersten, nemlich AE und AB gegeben, so findet man EF dardurch, daß man von dem Quadrat AE das Quadrat von halb AB, oder welches einerley ist, das Quadrat AF abzieht

zieht, und aus dem Ueberrest, welcher eigentlich das Quadrat EF wäre, die Quadratwurzel herauszieht, welches alsdann die Linie EF gibt. Ist aber AB und die **Höhe** des **Abschnittes** FI gegeben, so kann man den **Durchmesser** ID (nach Anweisung §. 378.) finden, mit seiner Helfte ED einen **Cirkel** beschreiben, die **Sehne** AB darein tragen, sodann den Winkel AEB mit dem **Transporteur** messen, und den **Ausschnitt** EAIBE (§. 380.) finden. Zieht man nun FI von dem **Halbmesser** EI ab, so bleibt EF übrig, und man kann nunmehr aus AB und halb EF den **Innhalt** des **Dreyecks** EAB finden, und solchen von dem **Ausschnitt** abziehen, so bleibt der **Abschnitt** AIB übrig.)

§. 382. Nachfolgende Begriffe von den **geometrischen Körpern** werden jungen **Wundärzten** vorzüglich in der **Naturgeschichte**, **Naturlehre**, **Chemie**, **Anatomie** und **Physiologie** wohl zu statten kommen.

§. 383. Ein **Prisma** ist der körperliche Raum, der durch zwo **gleiche** und **ähnliche** Figuren, die einander **parallel** liegen, und durch eben so viel **Parallelogramme**, als eine solche Figur Seiten hat, eingeschlossen wird. (**Tab.** 5. **Fig.** 86.)

§. 384. Ein **Prisma** entsteht also, wenn sich eine **ebene Fläche**, wie der Triangel FNQ an einer geraden Linie **parallel** herunter bewegt. (**Tab.** 5. **Fig.** 86.)

(Die **gleichen** und **ähnlichen** Figuren, wie △FNQ und △EMS, werden die **Grundflächen**, und die **Parallelogramme**, wie EFNM, MNQS

und

und EFQS, welche die übrigen Gränzen desselben ausmachen, die **Seitenflächen** genannt.)

§. 385. Ein **Prisma** wird nach der Zahl der **Seitenflächen** unterschieden. Hat die **Grundfläche** drey oder vier **Seiten**, so ist es ein **drey**= oder **vier eckigtes Prisma** u. s. w. Stehen die **Seitenflächen senkrecht** auf den **Grundflächen**, so wird das **Prisma senkrecht** oder **gerade** genannt, stehen sie aber **schief** auf denselben, so heißt man es ein **schiefes Prisma**.

§. 386. Wenn ein **viereckigtes Prisma** Grundflächen hat, welche **Parallelogramme** sind, so entsteht ein **Parallelepipedum**. (Tab. 5. Fig. 87)

§. 387. Ein **senkrechtes Parallelepipedum**, dessen Grundflächen und Seitenflächen **Quadrate** sind, (§. 189.) wird ein **Würfel** oder **Cubus** genannt, welcher also in sechs gleiche Quadrate eingeschlossen ist. (Tab. 5. Fig. 88.)

(Die Seite eines solchen Quadrats wie z. E. CN oder CD heißt auch die **Seite des Würfels**.)

§. 388. Ein **Prisma** erhält den Namen eines **Cylinders**, wenn dessen Grundflächen regulaire Vielecke von unendlich vielen Seiten, d. i. **Cirkel** sind. (Tab. 5. Fig. 89)

(Die gerade Linie CN, welche die Mittelpuncte der Grundflächen verbindet, heißt die **Axe des Cylinders**.)

§. 389. Ein **Cylinder** wird **aufrecht** oder **senkrecht** genannt, wenn die Axe CN **senkrecht** auf der Grundfläche steht. (Tab. 5. Fig. 89.)

§. 390. Ein **Cylinder** wird **schief genannt**, wenn die Axe CG schiefe Winkel auf der Grundfläche macht. (Tab. 5. Fig. 90.)

§. 391. Durch die **Höhe** vorbenannter Körper versteht man diejenige **senkrechte** Linie, die sich von der einen Grundfläche auf die entgegengesezte Seite ziehen läßt.

§. 392. Alle Durchschnitte, die in einem **Prisma** oder **Cylinder** mit den Grundflächen parallel geschehen, sind den Grundflächen **gleich** und **ähnlich**.

§. 393. Alle **Prismata**, und mithin auch alle **Parallelepipeda** und **Cylinder**, welche **gleiche Grundflächen** und **gleiche Höhen** haben, sind einander **gleich**.

(Zerschnitte man z. E. zwey **Prismata**, welche **gleiche Grundflächen u. Höhen** haben, (wenn auch das eine **senkrecht**, und das andere **schief** wäre) mit den Grundflächen **parallel** in lauter Scheiben, so dünne, als man will, so würden alle diese Scheiben einander gleich seyn; (§. 392) und da über diß die beyden Prismata **einerley Höhen** haben, so können aus dem einen nicht mehr solche Scheiben geschnitten werden, als aus dem andern, und mit-

hin

hin haben sie beyde einerley **körperlichen Innhalt.** Eben so gilt es auch von den **Cylindern und Parallelepipedis.**)

§. 394. Eine **Pyramide** ist derjenige Körper, **der** eine geradlinichte Figur zur **Grundfläche** hat, rings herum aber von so viel Dreyecken, als **Seiten** an der Grundfläche sind, eingeschlossen **wird,** welche oben mit ihren Spitzen zusammen stossen. (Tab. 5. Fig. 91.)

(Man nennt die geradelinichte Figur ABC die **Grundfläche,** die Dreyecke GAC, GCB und GAB die **Seitenflächen,** den Punct G, wo die Dreyecke zusammen kommen, die **Spitze,** und die senkrechte Linie, die sich von der Spitze auf die Grundfläche ziehen läßt, die **Höhe** der Pyramide. Von der Anzahl der Seiten, welche die Grundfläche hat, pflegt man die **Pyramiden** drey- viereckigt u. s. w. zu benennen.)

§. 395. Eine **Pyramide,** deren Grundfläche und Seitenflächen **gleichseitige** Triangel sind, heißt ein **Tetraedrum.** (Tab. 5. Fig. 92.)

§. 396. Die **Pyramide** wird ein **Kegel** genannt, wenn ihre Grundfläche ein **Cirkel** ist. (Tab. 5. Fig. 93.)

Diejenige gerade Linie, die sich zwischen der **Spitze des Kegels,** und dem **Mittelpunct der Grundfläche** ziehen läßt, heißt **Axe des Kegels.**)

§. 397. Steht die gerade Linie BE **senkrecht** auf der Grundfläche CEF, so heißt die **Axe** des Kegels senkrecht. (Tab. 5. Fig. 93.)

§. 398. Steht die gerade Linie EG **schief** auf der Grundfläche FGH, so heißt die **Axe** des Kegels schief. (Tab. 5. Fig. 94.)

§. 399. Ist die Axe des Kegels senkrecht, so heißt der Kegel **gerade**, oder **senkrecht**; ist aber die Axe des Kegels schief, so heißt der Kegel **schief**. (Tab. 5. Fig. 93. 94.)

§. 400. Wenn eine **Pyramide** durch eine Ebene parallel mit der Grundfläche durchschnitten wird, so entsteht eine Figur, die der Grundfläche **ähnlich** ist. (Tab. 5. Fig. 91.)

(Wenn in der dreyeckigten Pyramide GACB der Schnitt DEF parallel mit der Grundfläche ACB ist, so muß auch EF mit CB, ferner DE mit AC, und endlich DF mit AB **parallel** seyn, folglich verhält sich

GE zu GC, wie EF zu CB; (§. 312.)

und da sich verhält

GE zu GC, wie DE zu AC, (§. 312)

so folgt, daß sich

EF verhalte zu CB, wie DE zu AC; (§. 91. II.)

und

EF zu DE, wie CB zu AC. (§. 274.)

Aus eben dem Grunde verhält sich

GD zu GA, wie DE zu AC; (§. 312.)

und

und da sich verhält

GD zu GA, wie DF zu AB, (§. 312.)

so folgt, daß sich

DE verhalte zu AC, wie DF zu AB (§. 91. II.)

und

DE zu DF, wie AC zu AB (§. 274.)

Weil also die Seiten des Dreyecks DEF sich eben so verhalten, wie die Seiten des Dreyecks ACB, so erhellt, daß das Dreyeck DEF, welches durch den parallelen Schnitt entstanden, dem Dreyeck ACB, d. i. der Grundfläche der Pyramide **ähnlich** sey. (§. 317.)

§. 401. Was (§. 400.) von dreyeckigten Pyramiden gesagt worden, das gilt auch von den vieleckigten, weil sich diese in jene zergliedern lassen.

§. 402. Wenn man einen **Kegel** nach einer ebenen Fläche parallel mit der Grundfläche durchschneidet, so muß z. E. durch den Schnitt GHI ein **Cirkel** entstehen, welcher desto grösser seyn wird, je näher der Schnitt der Grundfläche des Kegels ist. (Tab. 5. Fig. 93.)

§. 403. Die Grösse einer **Pyramide** sowohl, als eines **Kegels** wird durch die Grösse ihrer Grundflächen und Höhen bestimmt, und es sind deßwegen alle Pyramiden und also auch alle Kegel, die gleiche Grundflächen und Höhen haben, einander gleich.

§. 404. Eine **Kugel** entsteht, wenn sich ein halber Cirkel um den Durchmesser bewegt, biß er wieder in die erste Lage kommt, ohne daß der Durchmesser seine Lage verändert. (T. 5. F. 95.)

(Die krumme Fläche, welche die Kugel einschließt, heißt ihre **Oberfläche**. Der **Mittelpunct** des halben Cirkels, durch dessen Bewegung die Kugel erzeugt wird, und der überall gleich weit von der Oberfläche der Kugel absteht, heißt auch der **Mittelpunct der Kugel**. Eben so, wie beym Cirkel, heißt jede gerade Linie, die durch den **Mittelpunct der Kugel** von einem Punct der Oberfläche zum entgegengesetzten gezogen werden kann, der **Durchmesser**, und die Hälfte davon der **Halbmesser**.)

§. 405. **Körper**, die in lauter **ordentliche** gleiche Vielecke von einer Art, die gleiche Ecken haben, eingeschlossen sind, werden **ordentliche** oder **reguläre** Körper genannt. Von den **prismatischen Körpern** ist daher nur der **Würfel**, (§. 387.) und von den **pyramidalischen Körpern** nur das **Tetraedrum** (§. 395.) **regulair**. Ausser diesen beyden aber giebt es noch drey **regulaire** Körper, nemlich das **Octaedrum**, **Dodecaedrum**, und **Icosaedrum**.

§. 406. Das **Octaedrum** ist in acht **gleichseitige** Triangel eingeschlossen. (Tab. 5. Fig. 96.)

§. 407. Das **Dodecaedrum** ist in zwölf regulaire Fünfecke eingeschlossen. (Tab. 6. Fig. 97.)

§. 408.

§. 408. Das Icosaedrum ist in zwanzig gleichseitige Triangel eingeschlossen. (Tab. 6 Fig 98.)

§. 409 Zum Ausmessen der Körper nimmt man in der Geometrie **Würfel** an, und benennt sie von der Länge ihrer Seiten. Eine **Cubikruthe** ist also nichts anders als ein **Würfel**, dessen Seite, oder dessen Länge, Breite und Dicke eine **Ruthe** beträgt. Ein **Cubikschuh** ist ein **Würfel**, dessen Seite einen **Schuh** ausmacht. Ein **Cubikzoll** ist ein **Würfel**, dessen Seite einen **Zoll**, und eine **Cubiklinie** ein **Würfel**, dessen Seite eine **Linie** lang ist. Was eine **Cubikmeile**, **Cubikelle** u.s.w. sey, läßt sich hieraus leicht einsehen.

§. 410. Die (§. 409.) benannte Maase bezeichnet man wie die Längenmaase, nur mit dem Unterschied, daß man entweder einen kleinen Würfel, oder den Buchstaben c rechter Hand oben an die Zahl setzt. So bedeuten z. E. 37^{co}, $432^{c'}$, $89^{c''}$, $6^{c'''}$ soviel, als 37 **Cubikruthen**, 432 **Cubikschuhe**, 89 **Cubikzolle** und 6 **Cubiklinien**. Man pflegt aber im gemeinen Leben den körperlichen Raum nicht allemal durch **Würfel** auszumessen. So mißt man z. E. die Fässer nicht durch **Kubikschuhe**, sondern durch gewisse cylindrische Gefässe, die man **Kannen** nennt, aus.

§. 411. **Man kann ein senkrechtes Parallelepipedum ausmessen, dessen Grundfläche ein Rechteck ist.** (Tab. 6. Fig. 99.)

(Das **Parallelepipedum** sey EDCBIHF, und FG sey die Seite des kleinen Würfels, welcher das Maas seyn soll. Mißt man nun ein paar aneinander liegende Seiten der Grundfläche, z. E. DB und DE, wie auch die **Höhe** DF durch FG, so muß das Product DB ⋉ DE ⋉ DF, oder wenn DB = 3, DE = 4, und DF = 6 ist, 3 ⋉ 4 ⋉ 6 = 72 diejenige Zahl seyn, aus welcher man sehen kann, wie vielmal das Parallelepipedum den kleinen zum Maas angenommenen Würfel, dessen Seiten FG ist, enthalte.

Weil in der Länge DB eine Reihe von drey kleinen Würfeln FG, und diese Reihe in der Länge DE 4mal hintereinander stehen kann, so sieht man, daß auf der Grundfläche BDEC 12 kleine Würfel Platz haben, und daß man also, um dieses Product zu erhalten, nur die Seite BD mit DE multipliciren dörfe. Weil ferner die Höhe DF sechsmal so groß ist, als die Seite des Würfels FG, so ist klar, daß obgesagte Reihe von 12 Würfeln 6mal übereinander stehen könne, und folglich der Innhalt des **Parallelepipedi** aus 72 solchen kleinen Würfeln bestehe, welche Summe auch herauskommt, wenn man, wie oben gesagt, das **Product** von BD und DE noch weiter mit der **Höhe** FG multiplicirt; oder in gegenwärtigem Exempel ist 3 ⋉ 4 ⋉ 6 = 72.)

§. 412. **Weil die Seite DB, multiplicirt mit der Seite DE, den Innhalt der Grundfläche ausdrückt, indem sie, vermöge der Voraussetzung, ein Rechteck ist, (§. 362.) so erhellet, daß in dergleichen**

Fäl-

fallen das Product aus der Grundfläche in die Höhe den körperlichen Innhalt anzeige.

§. 413. Der Innhalt eines Würfels, (§. 387.) d. i. ein Product aus seiner Grundfläche in die Höhe, muß der Cubikzahl seiner Seite gleich seyn. (Tab. 6. Fig. 100.)

(Wenn das Parallelepipedum QBADSMP ein Würfel ist, und daher BA = BQ = BP, so ist das Product, welches den Innhalt desselben ausdrückt, nemlich BA × BQ × BP = BA × BA × BA, d. i. = BA^3. (§. 59.) Man mißt daher einen gegebenen Würfel aus, wenn man untersucht, wie oft die Seite desjenigen Würfels, den man zum Maasstab angenommen hat, in der Seite des auszumessenden Würfels enthalten ist, und die Zahl welche dieses anzeigt, zur dritten Dignität erhebt. Wäre z. E. PR zum Maasstab des grösseren Würfels angenommen, und wäre PR in PM viermal enthalten, so würde der grössere Würfel QBADSMP den kleinen Würfel PR 4 × 4 × 4, d. i. 64mal in sich fassen. Wird nun der Innhalt eines Würfels dadurch gefunden, daß man seine Seite mißt, und zur Cubikzahl erhebt, so läßt sich leicht abnehmen, daß man umgekehrt aus dem gegebenen Innhalt eines Würfels die Seite desselben finden könne, wenn man aus dem Innhalt die Cubikwurzel zieht.)

§. 414. Wenn man in dem Längenmaas die Eintheilung von 10 zu 10 annimmt, so muß in dem körperlichen Maas eine Cubikruthe 10 × 10 × 10, d. i. 1000 Cubikschuh, und aus eben dem Grund ein Cubikschuh 1000 Cubikzoll, und ein Cubikzoll 1000 Cubiklinien enthalten. Gilt aber in je-

nem

nem die Eintheilung von 12 zu 12, so muß auch in diesem, nemlich dem **körperlichen Maas**, die Eintheilung von 12 zu 12 gemacht werden.

§. 415. Die übrigen **Parallelepipeda**, die keine **Rechtecke** zu Grundflächen haben, werden ausgemessen, wenn man ihre **Grundfläche** ausrechnet, und in die **Höhe** multiplicirt, weil ein **Parallelepipedum**, dessen Grundfläche ein **schiefwinklichtes Parallelogramm** ist, einem andern, dessen Grundfläche ein **Rechteck** ist, gleich seyn muß, wofern nur die **Grundfläche** des ersten so gros, als die **Grundfläche** des andern, und die **Höhe** in beyden einerley ist. (§. 361. 362. 393.)

§. 416. Wird ein **Parallelepipedum** CBDMP durch eine ebene Fläche so getheilt, daß der Schnitt nach den Diagonallinien BG und QM der Grundflächen geht, so muß dasselbe dadurch in zwey gleiche dreyeckigte Prismata CBGMPQ und BGDRMQ abgetheilt werden. Denn die beyden dreyeckigten Prismata, welche durch diese Theilung entstehen, haben **einerley Höhe**, u. ihre **Grundflächen**, nemlich die Triangel CBG und BDG sind einander gleich, weil ein **Parallelogramm** durch die Diagonallinie in zwey gleiche Triangel getheilt wird; (§. 263.) folglich müssen sie auch selbst von gleichem **Innhalte** (§. 364.) u. daher jedes die Hälfte von dem **Parallelepipedo** seyn.

(Tab. 6. Fig. 101.)

(Es

(Es sey also die Höhe des Parallelepipedi = 10″, seine Grundfläche CBDG = 48 □″, folglich die Grundfläche des dreyeckichten Prisma, nemlich △ CBG = $\frac{48}{2}$ □″ oder 24 □″, so muß der **körperliche Innhalt des Parallelepipedi** 48 ⋈ 10, d. i. 480 c″, folglich der **Innhalt** des dreyeckigten Prisma ½ 48 ⋈ 10, oder 24 ⋈ 10, d. i. 240 c″ seyn. Hieraus erhellt, daß auch der **Innhalt** eines dreyeckigten Prisma gefunden wird, wenn man den Triangel, welcher die Grundfläche desselben ist, ausrechnet, und hernach in die Höhe multiplicirt.)

§. 417. Weil sich alle vielseitige Figuren durch Diagonallinien in Triangel zertheilen lassen, so folgt, daß ein **vieleckichtes Prisma** in lauter **dreyeckichte Prismata** von eben der Höhe eingetheilt werden könne, deren Grundflächen zusammen genommen die Grundfläche des **Vieleckichten** ausmachen. Multiplicirt man nun die Summe der Grundflächen dieser **dreyeckigten Prismaten**, aus welchen das **Vieleckigte** besteht, d. i. die Grundfläche des **Vieleckichten**, in die Höhe desselben, so erhält man den **Innhalt** aller dieser **dreyeckichten**, und folglich des ganzen **vieleckichten Prisma**. Ein **Prisma** wird also ausgemessen, wenn man seine Grundfläche in die Höhe multiplicirt.

§. 418.

§. 418. Weil die **Cylinder Prismata** sind, welche **Cirkel** zu Grundflächen haben, (§. 388.) so kann man auch den **körperlichen Innhalt** eines **Cylinders** finden, wenn man die **Grundfläche** desselben in die **Höhe** multiplicirt.

§. 419. Eine **dreyeckigte Pyramide** ist der **dritte Theil** von einem **dreyeckichten Prisma**, das eben die **Grundfläche** und **Höhe** hat. (Tab. 6. Fig. 102.)

(Wenn man das **dreyeckigte Prisma** BCGDEF so durchschneidet, daß der Schnitt nach den Diagonallinien zwoer Seitenflächen z. E. nach den Diagonalen BE und CE geht, so ist der Theil BCEG eine **Pyramide**, welche mit dem **dreyeckigten Prismate** einerley **Grundfläche** und **Höhe** hat. Wenn man alsdenn die andern Stücke des **dreyeckigten Prismatis** nach der Diagonallinie der dritten Seitenfläche BD, und der ersten BE zertheilt, so entstehen die beyden **Pyramiden** BDEF und BCDE. Die **Pyramide** BDEF hat ebenfalls einerley **Grundfläche** und **Höhe** mit dem Prisma, und also auch einerley **Grundfläche** und **Höhe** mit der **Pyramide** BCEG, woraus die Gleichheit beyder **Pyramiden** folgt. (§. 403.) Nimmt man in der **Pyramide** BCEG den Triangel GCE zur Grundfläche an, so ist B die Spitze derselben. B ist auch die Spitze der **Pyramide** BCDE, wenn man den Triangel CED als ihre Grundfläche betrachtet. Da nun die beyden **Pyramiden** BCEG und BCDE eine gemeinschaftliche **Spitze**, und folglich einerley **Höhe** haben, auch ihre Grundflachen, nemlich die Triangel GCE und CED, einander **gleich** sind, (§. 263.) so muß auch die **Pyramide** BCEG so

groß

groß seyn, als die **Pyramide** BCDE. (§. 403.) Sind nun alle drey Pyramiden, in welche das **dreyeckigte Prisma** zerschnitten worden, gleich groß, (§. 91. II.) so muß eine jede davon, und folglich auch BCEG (d. i. eine Pyramide, die mit dem **Prisma** einerley **Grundfläche** und **Höhe** hat,) der dritte Theil davon seyn.

Diß ist am leichtesten einzusehen, wenn man sich ein **dreyeckigtes Prisma** von Holz oder einer andern Materie machen, und gehörig ausschneiden läßt.)

§. 420. Der **cörperliche Innhalt** einer **dreyeckigten Pyramide** wird also gefunden, wenn man den dritten Theil von dem Product aus ihrer **Grundfläche** in ihre **Höhe** nimmt, indem das ganze Product der **Innhalt des Prismatis** ist, das mit der **Pyramide gleiche Grundfläche und gleiche Höhe** hat. (§. 417.)

§. 421. Da sich alle übrigen **Pyramiden**, wie die **viereckigten Prismata**, in **dreyeckigte** zergliedern lassen, so ist der **cörperliche Innhalt** der **vieleckigten Pyramiden** ebenfalls der dritte Theil des Products aus der **Grundfläche** in die **Höhe**.

§. 422. Weil die **Kegel** Pyramiden sind, die regulaire Vielecke von unzählich vielen Seiten zu Grundflächen haben, so läßt sich auch der **cörperliche Innhalt** eines **Kegels** finden, wenn man die **Grundfläche** in die **Höhe** multiplicirt, und diß **Product** durch 3 dividirt.

§. 423. Den Innhalt eines abgekürzten Kegels kann man finden, wenn man den abgeschnittenen Theil eines Kegels aus den beeden Circularflächen, und aus der gegebenen Höhe des abgekürzten Kegels sucht, und hernach den kleinen Kegel von dem Ganzen subtrahirt.

(Tab. 5. Fig. 93.)

(Es seyen die beyden Halbmesser GH und CE gegeben, so weiß man auch ihre Differenz CD. Es sey ferner die Höhe des abgekürzten Kegels DG oder EH gegeben, so findet man die Höhe EB des ganzen Kegels, weil CD zu DG sich verhält, wie CE zu EB, (§. 313. 314.) und man findet auch die Höhe des kleinen Kegels BH gleich EB — HE, und also hieraus die ganzen Kegel, und ihre Differenz, den abgekürzten Kegel.

§. 424. Wenn man einen Cylinder mit einem Kegel, welcher einerley Grundfläche und Höhe mit ihm hat, vergleicht, so erhellt, daß der Kegel der dritte Theil von einem solchen Cylinder seyn müsse.

§. 425. Alle prismatischen Körper, ingleichem alle Cylinder, Pyramiden und Kegel verhalten sich, wie ihre Grundflächen, wenn die Höhen gleich sind; hingegen verhalten sie sich wie ihre Höhen, wenn sie gleiche Grundflächen haben; denn die prismatischen Körper und Cylinder verhalten sich wie die Producte aus ihren Höhen in ihre Grundflächen, und die Pyramiden

und

und Kegel verhalten sich, wie die Producte aus ihren Grundflächen und dem dritten Theil ihrer Höhen, mithin verhalten sie sich, wie ihre Höhen, wenn die Grundflächen gleich sind, und wie ihre Grundflächen, wenn die Höhen gleich sind.

(Z. E. Die Höhe des einen Prisma sey 5, die Höhe des andern sey 8, und die Grundfläche von beyden sey 6. Wenn man nun den Innhalt von diesen beyden Prismatibus haben will, so multiplicire man bey dem ersten Prisma 5 durch 6, und bey dem andern Prisma 8 durch 6, so müssen sich beyde Producte eben so gegen einander verhalten, wie sich 5 und 8 vor der Multiplication gegen einander verhalten haben. (§. 131.) Eben so ist es auch bey den Pyramiden und Kegeln, weil sich die Dritteln eben so gegen einander verhalten, wie die Ganzen.)

§. 426. Weil die Grundflächen der Cylinder, Cirkel sind, und die Cirkel sich wie die Quadrate ihrer Durchmesser verhalten, (§. 377.) so ist klar, daß sich die Cylinder wie die Quadrate der Durchmesser ihrer Grundflächen verhalten müssen.

§. 427. Eben diß (§. 426.) gilt auch von den Kegeln.

§. 428. Wenn eine Kugel durch eine Ebene geschnitten wird, so entsteht allemal ein Cirkel, und geht der Schnitt durch den Mittelpunct der Kugel, so gibt es den grösten Cirkel, und die Kugel wird dadurch in zween gleiche Theile zertheilt.

§. 429. Eine Halbkugel ist zwey Drittel von einem Cylinder, dessen Durchmesser dem Durch

messer der Halbkugel, und dessen Höhe ihrem **Halbmesser** gleich ist. (**Tab. 6. Fig. 103.**)

(Es sey BNCF ein **Quadrat**, BNF der vierte Theil eines **Cirkels**, und BNC ein **rechtwinklichter Triangel**. Man stelle sich vor, daß sich diese drey Figuren um die gemeinschaftliche Seite BN bewegen, so muß durch die Bewegung des Quadrats ein **Cylinder**, durch die Bewegung des Quadranten eine **Halbkugel**, und durch die Bewegung des rechtwinklichten Triangels ein **Kegel** entstehen. Da nun diese drey Körper **einerley Höhe** haben, so erhellt, daß man aus dem einen eben so viel **Stücke** oder **Scheiben** durch Parallelschnitte wird schneiden können, als aus dem andern und dritten, wenn man denselben einerley Dicke gibt. Man setze also, daß sowohl der **Cylinder**, als auch der **Kegel** und die **Halbkugel** parallel mit den Grundflächen durchschnitten würden, und die Schnitte eine undenklich kleine Entfernung von einander hätten, so müßten nicht nur der Cylinder, sondern auch der Kegel (§. 402.) und die Halbkugel (§. 428.) dadurch in lauter kleine **Scheiben** oder **Cylinder von einerley Höhen** zergliedert werden.

In vorbemerkter Figur sind noch folgende Dinge zu bemerken:

1) PS = BF = BG (§. 178.) ist der **Halbmesser** der durch den Schnitt entstandenen Cirkelfläche im **Cylinder**.

2) PG ist der **Halbmesser** von dem **Durchschnitt in der Kugel**.

3) PQ ist der **Halbmesser** von dem **Durchschnitt in dem Kegel**.

Weil man aber in dem Dreyeck NBC sagen kann: BN : NC = BP : PQ (§. 253. 257. 315.) und BN **gleich** NC ist, (weil sie Seiten des **Quadrats** BNCF sind,) so ist auch BP **gleich** PQ, und also kann man auch BP als den **Halbmesser** des **Durchschnitts im Kegel** nehmen.

Da

Da nun diese drey erstbeschriebene **Halbmesser** BG, PG und BP die Seiten des **rechtwinklichten** Dreyecks BPG sind, so kann man auch sagen; daß das Quadrat von PG (als dem **Halbmesser** des **Durchschnitts in der Kugel**) mit dem Quadrat von BP (als dem **Halbmesser** des **Durchschnitts im Kegel**) zusammen genommen so groß sey, wie das Quadrat von BG, (als dem **Halbmesser** des **Durchschnitts im Cylinder.**) (§. 282.) Weil sich aber die Cirkelflächen gegen einander verhalten, **wie die Quadrate ihrer Durchmesser**, oder auch **wie die Quadrate ihrer Halbmesser**, (§. 131.) so sind mithin die zwo Cirkelflächen, davon die eine mit PG und die andere mit BP beschrieben worden, zusammen genommen so groß, als die durch BG beschriebene Cirkelfläche, d. i. die durch einerley Schnitt entstandenen Cirkelflächen des **Kegels** und der **Kugel** zusammen genommen sind allezeit der Cirkelfläche des **Cylinders** gleich, und wenn man also die Cirkelfläche, oder den **Durchschnitt** des **Kegels**, von dem **Durchschnitt** des **Cylinders** abzieht, so bleibt der **Durchschnitt der Kugel** übrig. Dieser Beweis kann bey allen Durchschnitten oder bey allen dünnen Scheiben, in welche man sich diese Körper durch parallele Schnitte zertheilt vorstellt, geführt werden, und es folgt dahero, daß, wenn man den **ganzen Kegel**, oder die Summe aller aus ihm geschnittenen dünnen Scheiben, von dem **ganzen Cylinder**, oder der Summe aller seiner Scheiben abzieht, der **Innhalt** der **halben Kugel**, oder die Summe aller Scheiben, in die sie zertheilt worden, übrig bleiben müsse. Nun ist aber der **Kegel**, wie oben gesagt, $\frac{1}{3}$ vom **Cylinder**, mithin bleibt für die **halbe Kugel** $\frac{2}{3}$ vom **Cylinder** übrig.)

§. 430. Es ist also die **ganze Kugel** $\frac{2}{3}$ von einem **Cylinder**, dessen **Höhe** noch einmal so groß, als die **Höhe** des vorigen, (§. 429.) d. i. dessen

Höhe und Durchmesser dem Durchmesser der Kugel gleich ist. (Tab. 5. Fig. 95.)

§ 431. Man kann daher den körperlichen Innhalt einer Kugel finden, wenn man den körperlichen Innhalt eines Cylinders sucht, dessen Höhe und Durchmesser dem Durchmesser der Kugel gleich ist, und davon $\frac{2}{3}$ nimmt. Der Durchmesser einer Kugel und des Cylinders, wovon die Kugel $\frac{2}{3}$ seyn soll, heisse d; und die Peripherie der Kugel, und folglich auch die Peripherie der Grundfläche dieses Cylinders, heisse p, so wird der Innhalt der erstbesagten cylindrischen Grundfläche dadurch gefunden, wenn man mit dem vierten Theil des Durchmessers, (d. i. $\frac{1}{4}$ d) die Peripherie (d. i. p.) multiplicirt, u. also $\frac{1}{4}$ dp bekommt, (§. 375. 376.) und weil die Höhe des Cylinders dem Durchmesser der Kugel und auch dem Durchmesser der cylindrischen Grundfläche gleich, und also ebenfalls d ist, so wird das obige Product $\frac{1}{4}$ dp noch einmal mit d multiplicirt, und diß gibt sodann $\frac{1}{4}$ dpd $=$ $\frac{1}{4}$ pd², welches der körperliche Innhalt des Cylinders ist. (§. 418.) Der dritte Theil von $\frac{1}{4}$ pd² ist $\frac{1}{12}$ pd², (§. 88.) und folglich $\frac{2}{3}$ davon, nemlich $\frac{2}{12}$ pd², $=$ $\frac{1}{6}$ pd², der Innhalt der Kugel. (§. 75. 85. 430.) Hieraus läßt sich die Regel folgern, daß man den körperlichen Innhalt einer Kugel ausrechnen könne, wenn man das Quadrat ihres Durchmessers d² in die Peripherie p multiplicirt, und dieses Product durch 6 dividirt.

Es sey z. E. d, d. i. der Durchmesser einer Kugel, 100 Zoll, so ist p, oder die Peripherie derselben, 314 Zoll, (§. 372. 375.) und daher der körperliche Innhalt $\frac{314 \times 100^2}{6} = \frac{3140000}{6}$ $= 523333\frac{1}{3}$ Cubikzolle.

§. 432.

§. 432. Stellt man sich vor, daß die Oberfläche der Kugel in undenklich kleine Theile, z. E. in lauter kleine Vierecke eingetheilt sey, so wird man diese kleine Theile der Oberfläche für ebene Flächen ansehen können, und wenn man von den Ecken dieser kleinen Vierecke sich gerade Linien gegen den **Mittelpunct der Kugel** gedenkt, so bekommt man so viele **kleine viereckigte Pyramiden**, als Vierecke auf der Oberfläche der Kugel gezeichnet sind. Diese kleine Pyramiden stossen mit ihren Spitzen in dem Mittelpunct der Kugel zusammen, und ihre **viereckigten Grundflächen** machen miteinander die **Oberfläche der Kugel** aus, ihre **Höhe** aber ist von dem **Halbmesser der Kugel** nicht merklich unterschieden. Die **Summe** aller dieser kleinen Pyramiden gibt den **Innhalt der Kugel.** Ein solches undenklich kleines **Viereck**, welches auf der Oberfläche der Kugel angenommen wird, heisse g; die **Anzahl** derselben sey n, und die **Oberfläche der Kugel** nenne man S, so ist $g \times n = S$. Der **Halbmesser der Kugel**, und also die **Höhe** der kleinen viereckigten Pyramiden, die zusammen genommen die ganze **Kugel** ausmachen, heisse r, so ist der **cörperliche Innhalt** einer solchen Pyramide, (weil g die Grundfläche bedeutet,) $\frac{1}{3} r \times g$; (§. 420.) und (weil n die Anzahl solcher kleinen Theile vorstellt,) so ist die **Summe** aller dieser Pyramiden, folglich der **Innhalt der Kugel**

$$\frac{1}{3} r \times g \times n, \text{ d. i. } \frac{1}{3} r \times S,$$

weil, vermöge der angenommenen Bedingung, $g \times n$ **gleich** S ist.

§. 433. Hieraus erhellt, daß man auch den **Innhalt der Kugel** findet, wenn man den **dritten Theil des Halbmessers** in die **Oberfläche** derselben multipli-

tiplicirt. Weil nun der **Halbmesser** die Helfte des **Durchmessers**, und folglich $\frac{1}{3}$ des Halbmessers $\frac{1}{6}$ des Durchmessers ist, so kann man diesen Satz auch so ausdrücken: das **Product aus der Oberfläche der Kugel** in den **6ten Theil des Durchmessers**, oder der **6te Theil des Products** aus der **Oberfläche** in den **Durchmesser der Kugel** ist der **cörperliche Innhalt** derselben. Nennt man den Durchmesser, wie oben, d, so ist $\frac{1}{3}$ rS $=$ $\frac{1}{6}$ dS. (Tab. 5. Fig. 95.)

(Man kann also auch sagen, daß die **Kugel** einer **Pyramide gleich**, deren **Grundfläche** der ganzen **Oberfläche** der **Kugel**, die **Höhe** aber dem **Halbmesser** eben dieser **Kugel gleich** ist.)

§. 434. Aus dem Vorhergehenden (§. 432.) läßt sich einsehen, wie man die **Oberfläche der Kugel** berechnen könne. Denn da (nach §. 431.) der **Innhalt** der **Kugel** durch das Product $\frac{1}{6}$ pd², und (nach §. 433.) auch durch das Product $\frac{1}{6}$ dS ausgedrückt werden kann, so folgt hieraus, (weil der Buchstabe d einerley Bedeutung hat,) daß

$$\frac{1}{6}\,pd^2 = \frac{1}{6}\,dS, \quad (\text{§. 91. I.})$$

$$6 \times \frac{1}{6}\,pd^2 = 6 \times \frac{1}{6}\,dS, \quad (\text{§. 91. V.})$$

$$\text{d. i. } pd^2 = dS$$

$$\frac{pd^2}{d} = \frac{dS}{d} \quad (\text{§. 91. VI.})$$

$$\text{d. i. } pd = S. \quad (\text{§. 54.})$$

D. i. weil d den **Durchmesser**, p die **Peripherie**, und g die **Oberfläche** der **Kugel** bedeutet, so gibt ein **Product aus dem Durchmesser** in die **Peripherie**, die **Oberfläche** der **Kugel**.

(Oder,

(Oder, wenn man den gefundenen Innhalt der Kugel durch den dritten Theil des Halbmessers dividirt, so kommt die Oberfläche der Kugel heraus.) (Tab. 5. Fig. 95.)

§. 435. Da der gröste Cirkel einer Kugel mit ihr einerley Mittelpunct und Durchmesser, (§. 428.) folglich auch einerley Peripherie hat, so können die Buchstaben d und p auch den Durchmesser und die Peripherie des grösten Cirkels bedeuten. Das Product $\frac{1}{4}$ pd wird also die Fläche des grösten Cirkels vorstellen. (§. 428. 432.) Nun war die Oberfläche der Kugel pd d. i. S. (§. 434) Da nun pd viermal mehr beträgt, als $\frac{1}{4}$ pd, so ist klar, daß die Oberfläche der Kugel viermal grösser ist, als die Fläche des grösten Cirkels.

§. 436. Die Oberfläche der Kugel und der cörperliche Innhalt derselben kann also leicht berechnet werden, wenn man nur den Durchmesser gemessen hat; der Durchmesser einer Kugel aber sey 50 Schuh. Man suche nun zuerst die Peripherie 100 : 314 = 50' Periph.

50

157|00|157' = Periph.
111|00|

Beträgt nun die Peripherie 157 Schuh, so belauft sich die Oberfläche der Kugel auf 157 Schuh ⋊ 50 Schuh, d. i. 7850 Quadratschuh. (§. 432. 434.) Diese 7850□' multiplicire man durch den 6ten Theil von 50, (§. 433) oder durch 50, u. dividire das Product mit 6, so zeigt der Quotient die Cubikschuh an, welche eine Kugel, deren

Durchmesser 50 Schuh lang ist, (§. 436.) enthält.

z. E. 7850□′
50′

32ɫ𝔮(4
39250 0 | $65416\frac{4}{6} = 65416\frac{2}{3}$
6666 6 | Cubikschuh.

§. 437. Gibt man dem Durchmesser 100 Theile, so ist der körperliche Innhalt der Kugel $523333\frac{1}{3}$. (§. 431.) Wenn man sich nun einen Würfel vorstellt, dessen Seite so groß ist, wie der Durchmesser der Kugel, und folglich ebenfalls 100 Theile enthält, so ist der körperliche Innhalt desselben $100 \times 100 \times 100$, d. i. 1000000. (§. 41[illegible]. 431.) Nennt man nun die Kugel K, u. den Würfel (welcher hier nichts anders, als die Cubikzahl des Durchmessers ist,) d^3, so verhält sich

K zu d^3, wie $523333\frac{1}{3} : 1000000$;

da aber

K sich verhält zu d^3, wie $523333\frac{1}{3} \times 3$ zu 1000000×3 (§. 131. 152.)

oder welches einerley ist, da

K sich verhält zu d^3, wie 1570000 zu 3000000,

so verhält sich

K zu d^3, wie $\frac{1570000}{10000}$ zu $\frac{3000000}{10000}$ (§. 131. 152.)

oder

K verhält sich zu d^3, wie 157 zu 300. (§. 152.)

Nemlich, es verhält sich die Kugel zu dem Würfel des Durchmessers, oder (welches einerley) der körperliche Innhalt der Kugel zu der Cubikzahl des Durchmessers, wie 157 zu 300. Da aber diese

Ver=

Verhältniß sich auf die Verhältniß 100:314 (§. 372. 375.) gründet, so kann sie auch nicht für ganz vollkommen richtig gehalten werden.

§ 438. **Der körperliche Innhalt einer Kugel** läßt sich durch Hülfe der vorigen Verhältniß (157 : 300) noch auf eine andere Art ausrechnen. Verhält sich die **Kugel** zu dem **Würfel** des **Durchmessers**, wie 157 zu 300, so muß sich umgekehrt 300 zu 157, wie die **Cubikzahl** des **Durchmessers** zu dem **Innhalt** der **Kugel** verhalten. Man kann demnach durch Hülfe der **Regel de Tri** den **körperlichen Innhalt** der **Kugel** finden, wenn man zu 300, 157 und der **Cubikzahl** des **Durchmessers** die **vierte Proportionalzahl** sucht.

Der **Durchmesser** einer **Kugel** sey 50'. (§. 436.) Von diesem **Durchmesser** suche man die **Cubikzahl**, d. i. 50^3 oder 50 × 50 × 50.

```
    50'
     50
  -----
   2500
     50
  -----
      c'
 125000
```

Nun schliesse man

300 : 157 = 125000 c' : **Innh. der Kugel.**

```
  1250
 -----
  7850
  314
 157
 -----
11 2(2
196250 | 65416 2/3 c' = Innh. der Kugel.
 3333  |         (§. 436.)
```

§. 439. **Aus dem gegebenen Innhalt einer Kugel läßt sich ihr Durchmesser finden.** (§. 431. 437.) (Tab. 5. Fig. 95.)

(Der **Innhalt** einer **Kugel** sey 91905706 $\frac{2}{3}$ **Cubikschuh**, so muß die **vierte Proportionalzahl**, welche zu 157, 300 und 91905706$\frac{2}{3}$ **Cubikschuhen** gefunden wird, die **Cubikzahl** des **Durchmessers**, (§. 437.) und daher die **Cubikwurzel** aus dieser **vierten Proportionalzahl** der **Durchmesser** selbst seyn. (§. 413) Man kann also aus dem gegebenen **Innhalt** einer **Kugel** den **Durchmesser** finden, wenn man denselben durch 300 multiplicirt, alsdenn dieses Product durch 157 dividirt, und aus dem Quotienten die **Cubikwurzel** sucht. Bey dem gegenwärtigen Exempel ist die **vierte Proportionalzahl**, d. i. die **Cubikzahl** des **Durchmessers**, 175616000 c''; wenn man nun hieraus die **Cubikwurzel** zieht, (§. 101.) so bekommt man 560'', oder 56', welches der **Durchmesser** der gegebenen **Kugel** ist.)

§. 440. **Die Kugeln verhalten sich gegen einander, wie die Würfel, oder wie die Cubikzahlen ihrer Durchmesser.**

(Die eine **Kugel** verhält sich zu der **Cubikzahl** ihres **Durchmessers** eben so, wie sich die andere zu der **Cubikzahl** ihres **Durchmessers** verhält, nemlich, das Verhältniß ist in allen Fällen, wie bey nahe 157 zu 300, (§. 437.) und also verhält sich auch die eine **Kugel** zu der andern, wie die **Cubikzahl** des Durchmessers der einen sich zur **Cubikzahl** des **Durchmessers** der andern verhält. (§. 131.) Ist z. E. der Durchmesser der einen **Kugel**, 2, und der Durchmesser der andern **Kugel**, 3, so verhält sich die erstere **Kugel** zur andern, wie 8 zu 27, weil 8 und 27 die **Cubikzahlen** von 2 und 3 sind.)

§. 441.

§. 441. Die Ausmessung eines körperlichen Raums geschicht nicht immer durch Würfel, (§ 410.) sondern oftmals durch cylindrische Gefässe. Diese leztere Art von Ausmessung findet statt, wenn man ohne weitläufige Rechnung wissen will, wie viel Kannen in einem Fasse Raum haben.

§. 442. Die Ausmessung eines Fasses durch cylindrische Gefässe nennt man Visiren. (Tab. 6. Fig. 105.)

§. 443. Der Maasstab, dessen man sich zum Visiren bedient, heißt Visirstab. (T. 6. F. 104.)

§. 444. Die Verfertigung eines Visirstabs geschicht auf folgende Art:

Man trägt erstlich auf beyde Schenkel eines rechten Winkels, z. E. des Winkels B den Durchmesser eines nicht allzuhohen, vollkommen cylindrischen Gefässes, welches genau eine Kanne, oder sonst gewöhnliches Maas in sich faßt, und macht also BA = BC so groß, als diesen Durchmesser. Zieht man nun die Hypotenuse AC, so hat man den Durchmesser eines zweykannigen Gefässes von eben der Höhe, weil Cylinder, die gleiche Höhen haben, sich wie die Quadrate ihrer Durchmesser verhalten, (§. 377.) und weil das Quadrat von AC so groß ist, als das Quadrat von AB, und das Quadrat von BC zusammengenommen. (§. 282.) Macht man also BD = AC, und zieht die Hypotenuse AD, so hat man den Durchmesser eines dreykannigen Gefässes, welches mit dem einkannigen gleiche Höhe hat. Macht man ferner BF = AD, so ist AF der Durchmesser eines vierkannigten Gefässes, welchen man aus B in G trägt, und auf diese Weise erhält man die Durchmesser von 5- 6- 7 kannigten u. s. w. Gefässen; in welchen allen einerley Höhe, nemlich die Höhe des cylindrischen Gefässes von einer Kanne angenommen wird. Eine solche Linie BQ nun, worauf

die

die Durchmesser durch die Puncte C, D, F, G, N, Q gezeichnet sind, wie die Figur weißt, trägt man auf die eine Seite eines prismatischen Stabs, den man von hartem Holz oder Elfenbein machen läßt, und schreibt die Zahlen, wie in der Figur, dazu, damit man sehen könne, was für ein Durchmesser durch jeden Punct bedeutet werde. Trägt man auf die andere Seite des Stabs die Höhe des cylindrischen Gefässes auf eine gerade Linie so vielmal, als es die Länge des Stabs erlaubt, so ist der Visirstab fertig. Mit derjenigen Seite dieses Visirstabs nun, auf welcher sich die Durchmesser befinden, mißt man den Durchmesser von der Grundfläche des cylindrischen Gefässes, dessen Innhalt man wissen will, damit man sehe, wie viel Kannen auf der Grundfläche des Cylinders neben einander stehen können. Mißt man aber mit der andern Seite, welche die Höhen des Kannenmaases enthält, die Länge, oder die Höhe des auszumessenden Cylinders, so erfährt man dardurch, wie vielmal die Anzahl der Kannen, die auf der Grundfläche neben einander Raum haben, über einander stehen können. (Tab 6. Fig. 104.)

(Es gibt noch eine andere Art, Visirstäbe zu verfertigen, welche hier anzuführen, zu weitläufig wäre.)

§. 445. Die Fässer, zu deren Ausmessung man den Visirstab gebraucht, sind zwar nicht vollkommene Cylinder, indem der Durchmesser des Bodens viel kleiner ist, als der Durchmesser des Bauchs. Man hat aber durch die Erfahrung gefunden, daß der Fehler sehr unbeträchtlich ist, wenn man ein gewöhnliches Faß einem Cylinder gleich schätzt, dessen Höhe mit der Länge des Fasses übereinkommt, und dessen Durchmesser die mittlere arithmetische Proportionalzahl zwischen dem Durchmesser des Bodens und dem Durchmesser des Bauchs ist. (§. 123.) Sollte man also z. E. das Faß BCNSM

visi-

visiren, dessen Innhalt weniger, als des Cylinders PAFR, und mehr, als des Cylinders BCSM betragen muß, so messe man erstlich mit derjenigen Seite des Visirstabs, welcher die Durchmesser enthält, sowohl den Durchmesser NB durch das Spundloch, als auch den Durchmesser CB am Boden, und gesetzt, daß NB 17 und CB 13 wäre, so addire man, um die mittlere, arithmetische Proportionalzahl zu finden, diese beyden Zahlen, und dividire die herauskommende Summe 30 durch 2, welches 15 gibt. Mit der andern Seite des Visirstabs, worauf die Höhen des cylindrischen Kannengefässes gezeichnet sind, messe man die Länge des Fasses CS, und wenn z. E. diese Länge auf dem Visirstab 20 wäre, so multiplicire man damit die obige Zahl 15, welches 300 Kannen, als den Innhalt des Fasses gibt. (Tab. 6. Fig. 105.)

§. 446. Unerachtet die höhere Mathematik (§. 12.) für junge Wundärzte überflüßig und zu schwer ist, so sind dennoch nachstehende wenige Sätze, welche vorzüglich auf die optischen Wissenschaften ihren Bezug haben, nicht ganz entbehrlich.

§. 447. Diejenige Figur, welche entsteht, wenn man einen Kegel zerschneidet, wird ein Kegelschnitt genannt.

§. 448. Ein Kegel kann auf verschiedene Weise von einer ebenen Fläche durchschnitten werden, nemlich 1) durch die Spitze, 2) mit der Grundfläche parallel, 3) durch einen parallelen Schnitt mit einer seiner Seiten, 4 und 5) durch schiefe Schnitte.

§. 449. Wenn der Durchschnitt durch des Kegels Spitze B und durch der Grundfläche Mittelpunct E, d. i. gerade nach der Länge der Axe BE geht, so ist der Durchschnitt BCF ein Triangel. (Tab. 5. Fig. 93.)

§. 450.

§. 450. Wird ein Kegel so durchschnitten, daß der Schnitt GI mit der Grundfläche CF parallel ist, so bekommt man einen Cirkel. (Tab. 5. Fig 93.)

§. 451. Wird ein Kegel mit einer seiner Seiten parallel geschnitten, so heißt die Figur des Schnitts eine Parabel. (Tab. 6. Fig. 106.)

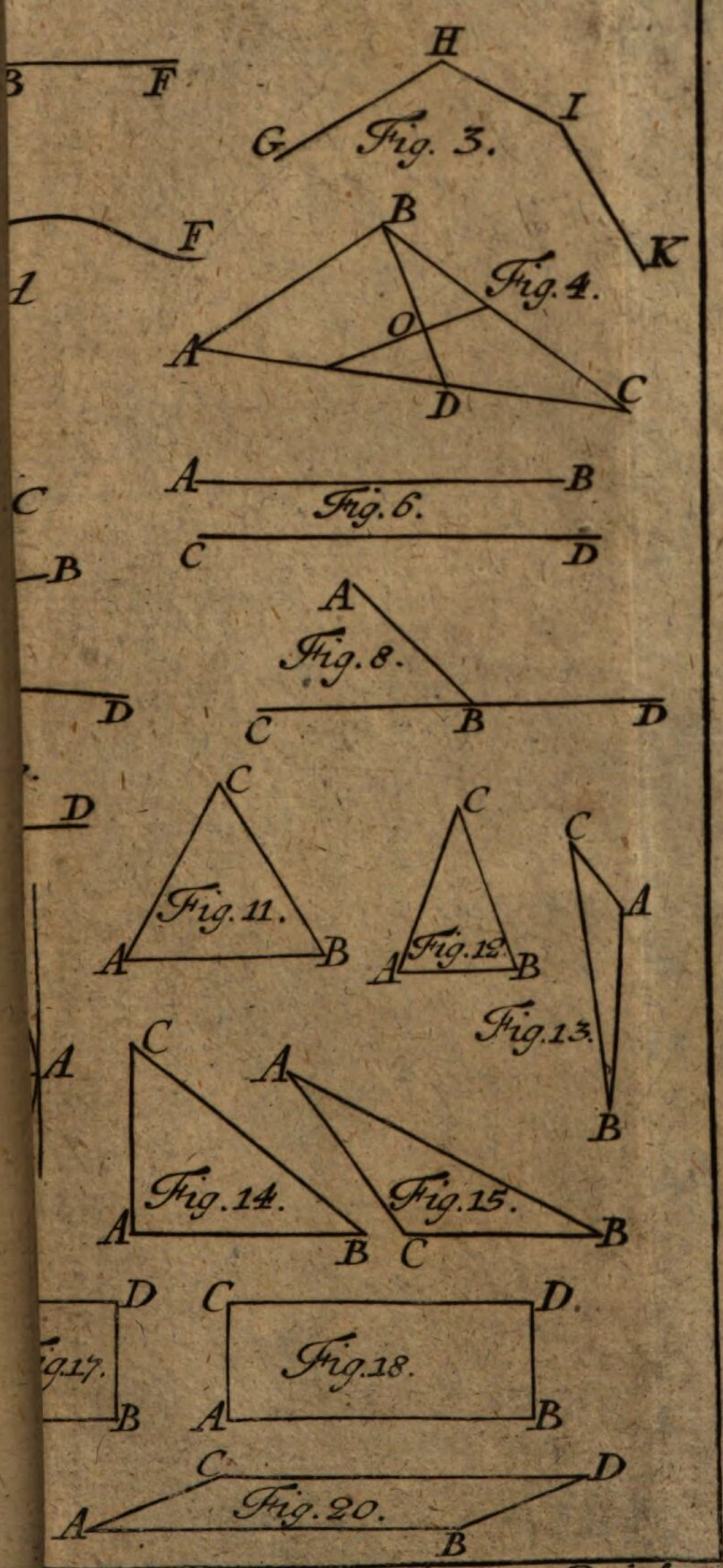
(Es sey AB die Seite des Kegels, ab die Axe des Durchschnitts und mit AB parallel, so ist cbd die Parabel.)

§. 452. Wird ein Kegel so geschnitten, daß sich des Schnitts Axe ba herabwärts immer weiter von des Kegels entgegengesetzter Seite BC entfernt, und also die Seite BC und des Schnittes Axe ba, wenn sie über des Kegels Spitze B verlängert würden, in einem Punct D zusammen stossen müßten, so nennt man die Figur des Durchschnitts cbd eine Hyperbel. (Tab. 6. Fig. 107.)

§. 453. Wird ein Kegel dergestalt durchschnitten, daß ab oder die Axe der durch den Schnitt entstandenen Fläche, wenn sie verlängert würde, mit dem gleichfalls verlängerten Durchmesser AC, als der Grundfläche des Kegels, zusammenstoßt, wie hier in D geschicht, so ist der Durchschnitt eine Ellipse. (Tab. 6. Fig. 108.)

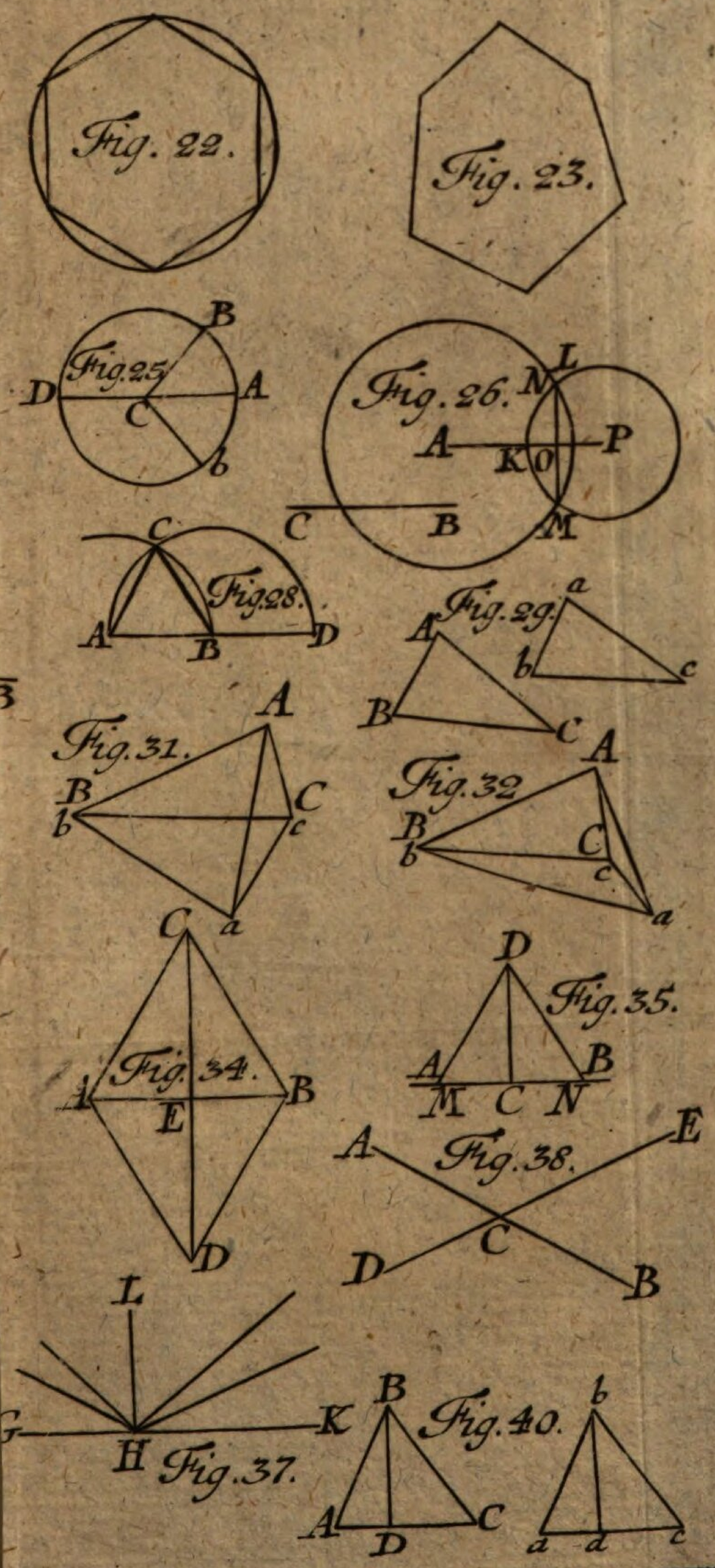
§. 454. Wer vorstehende 453 Paragraphen wohl gefaßt hat, wird, wenn er, aus Liebe zu den mathematischen Wissenschaften, weiter als dieser Plan geht, und als ich für junge Wundärzte nöthig erachte, gehen will, auch in den übrigen Theilen der reinen Mathematik glükliche Schritte machen können.

TAB. I. GEOM.



J. Mayr sc. Ratisb.

TAB. II. GEOM.



Mayr sc Ratisb.

TAB. III. GEOM.

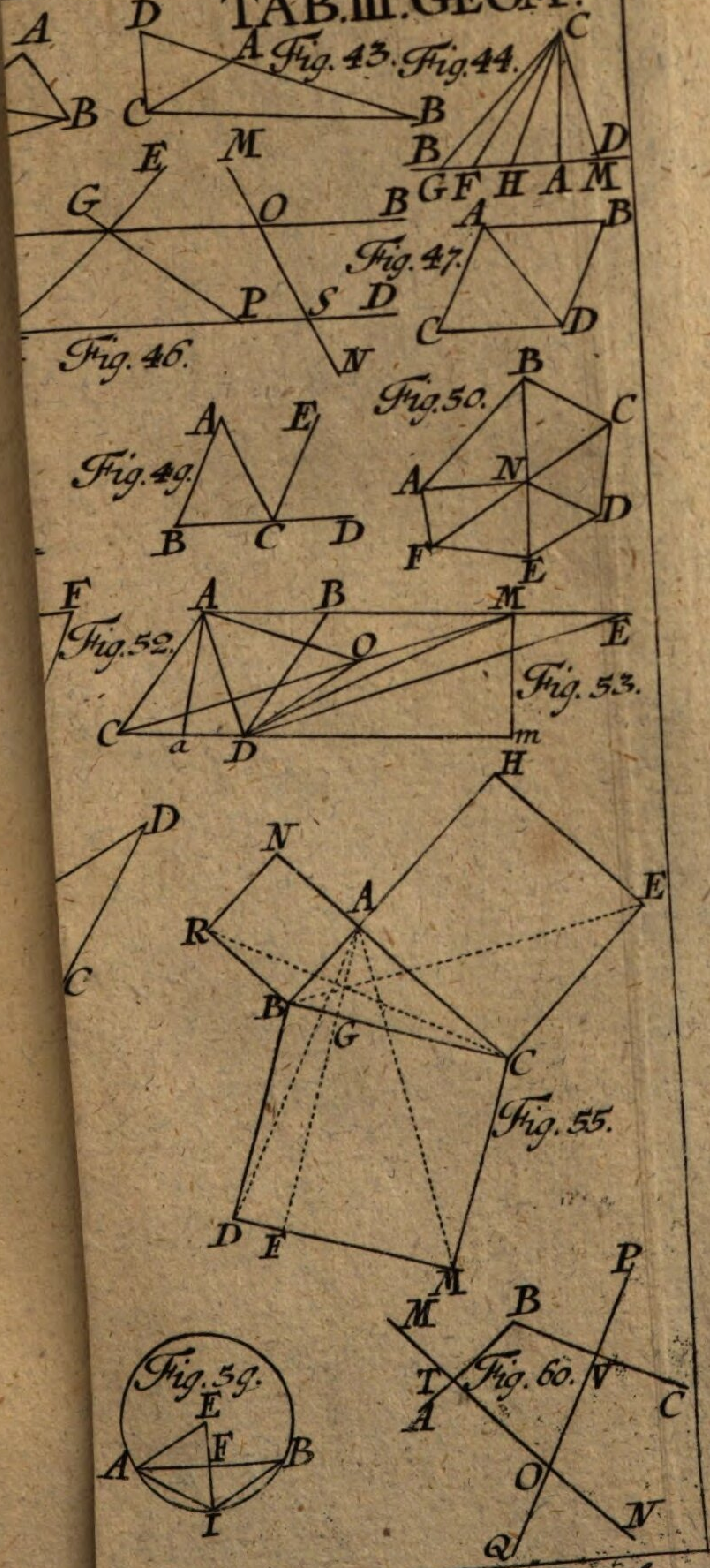
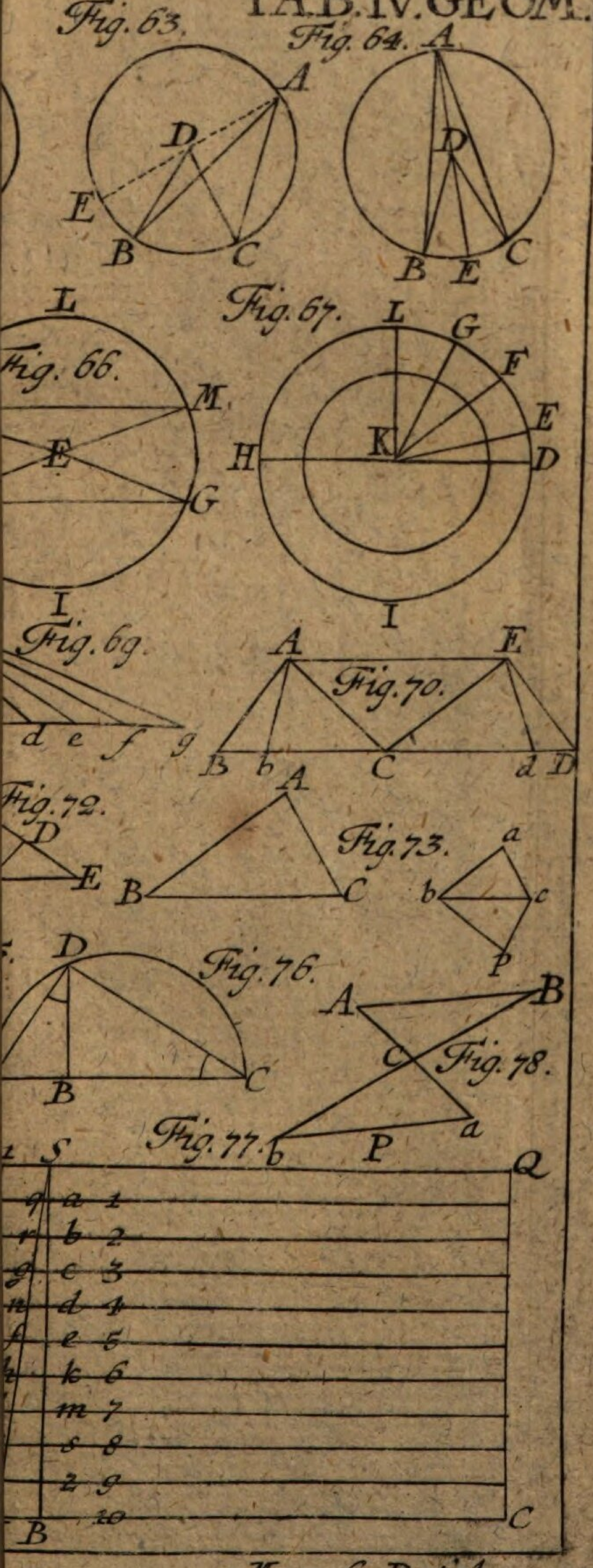


Fig. 43. Fig. 44. Fig. 46. Fig. 47. Fig. 49. Fig. 50. Fig. 52. Fig. 53. Fig. 55. Fig. 59. Fig. 60.

Mayr sc. Ratisb.

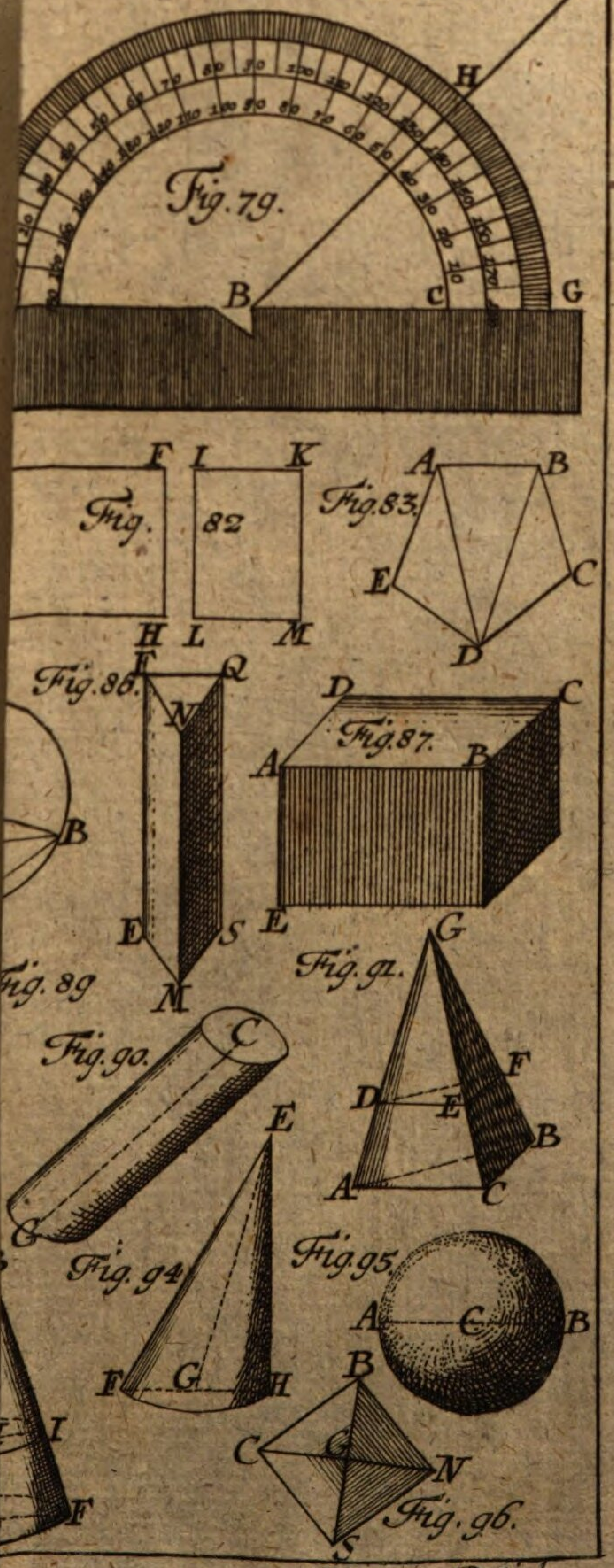
TAB. IV. GEOM.



Mayr sc. Ratisb.

TAB.V.GEOM.
Fig.79.
Fig.
82
Fig.83
Fig.86.
Fig.89
Fig.90.

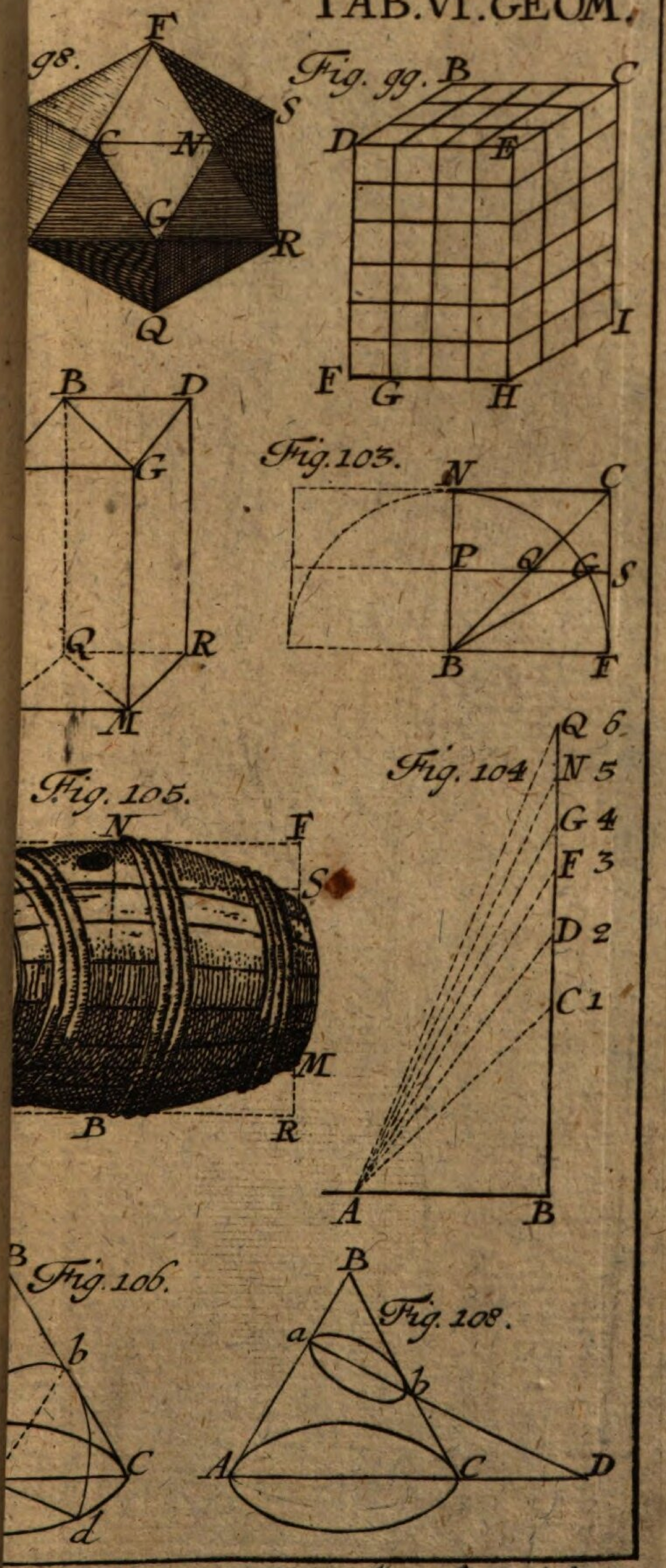
TAB.V.GEOM.



Mayr sc Ratisb.

98.
F
C
N
G
Q
B
D
G
Q
Fig.

TAB.VI.GEOM.



Mayr sc Ratisb.

Deutsch-lateinisches

Wörterbuch

über die

reine Mathematik

nebst einem

allgemeinen Register

F. bedeutet Figur, S. Seite, T. Tabelle, V. Vorrede, Z. Zuschrift; wo kein Zeichen ist, die Paragraphen, oder bey den Tabellen, wenn kein F. dabey steht, die Figuren.

A.

Abscesse. S. 2. (Z.)

Aderlassen. S. 1. (Z.)

Addiren, Addere. 31.

Addition, Additio. 30. der ganzen Zahlen. 41. der gebrochenen. 77. der genannten. 140. Probe. 43. Zeichen. 39.

Aehnlich, Similis. 38.

Aehnlichkeit, Similitudo. 38. zwoer Verhältnisse. 114. zwoer Figuren. 200. 315 — 319. 348 — 351. Zeichen. 39.

Aerometrie, Aerometria. S. 4. (Z.) 15.

Algebra, Algebra; calculus algebraicus. 12.

Analysis, Analysis. 12.

Anatomie. S. 3. (Z.) 382.

Archimedes. (ein berümter Mathematiker aus Siracus in Sicilien) 372.

Arithmetik, Arithmetica. S. 10. (V.) 10. 12. 25.

Arquebusade, Thedens. 151.

Arzneimittellehre, chirurgische. S. 6. (Z.)

Astrolabium, oder Winkelmesser. Astrolabium. 342. 344. T. V. F. 80.

Astronomie, Astronomia. 14.

Auflösungskunst. S. Analysis.

Augengläser. S. 4. (Z.)

Augenkrankheiten. S. 4. (3.)

Ausdehnung, Extensio. 159. geometrische, E. geometrica, 159. der Körper, E. Solidorum. 160. 161.

Axe, Axis. 388. eines Cylinders. 388 — 390. T. V. F. 89. 90. eines Kegels. 396 — 399. T. V. F. 93. 94. einer Kugel. 431. T. V. F. 95.

B.

Bandagenlehre. S. 6. (3.)

Baukunst, Architectura. 18. bürgerliche, A. civilis. 18. Kriegsbauk. A. militaris. 18.

Bilguer. (der Arzneykunde D. und Kön. Preuss. zweiter Generalchirurgus) S. 2. (3.)

Binden, anlegen. S. 1. (3)

Binomisch, (S. Wurzel.)

Biquadrat. Biquadratum. 59.

Blasenziehen. S. 1. (3)

Blut, dessen Ausspritzung. S. 4. (3.)

Blutadern. S. 4. (3.)

Bogen, Arcus. 297 — 299. 301 — 303. 305. T. I. F. 10. T. II. 22. IV. 65 .66. 68.

Brüche, (chirurgische,) eingeklemmte. S. 2. (3.)

Bruch, (mathematischer) Fractio. 65. aufgehobener. F. ad minores terminos reducta. 75. 76. falscher, F. spuria. 68. 71. gleicher. F. aequalis. 69. sechzigtheiliger. F. decimalis. 90. wahrer. F. vera. 68. zehentheiliger. F. decimalis. 90.

Brüche, Fractiones. 65 — 96. von gleicher Benennung. F. eiusdem denominationis. 74. von verschiedener Benennung. F. diversae denominationis. 74. unter einerlei Benennung gebrachte. F. ad eandem denominationem redactae. 74. 89. unveränderte. 73. woran ganze Zahlen hängen. 89.

Brüche, addiren. 77. 78. multipliciren. 73. 74. 81 — 85. subtrahiren. 77. 79. 80. dividiren. 86. 88.

C.

Cathetus, Cathetus. 281, 282, 285. T. III. 55.

Catoptrik. S. 4 (3.) 16.

Chirurgie, theoretische. S. 8. (V.) practische. S. 6. (3.)

Chronologie, Chronologia. 17.

Cirkel, Circulus. 177. T. I. F. 10. sein Abschnitt, Segmentum. 177. des Abschnitts Innhalt. 381. T. V. F. 85. Ausschnitt, Sector. 177. des Ausschnitts Innhalt. 379. T. IV. F. 67. ein concentrischer Cirkel, C. concentricus. 291. T. IV. F. 61. des Cirkels Durchmesser, Diameter. 177. den Durchmesser finden. 378. 380. T. V. F. 85. in die Figur beschriebener Cirkel. C. figuræ inscriptus. 202. T. II. F. 24. um die Figur beschriebener Cirkel, C. figuræ circumscriptus. 202. T. II. 22. Cirkelfläche. 177. ein Cirkel ist einem gewissen Dreieck gleich. 356. T. IV. F. 68. grosse und kleine Cirkel. 303. der Halbmesser, Radius. 177. des Cirkels Innhalt. 375. des Cirkels Mittelpunct, Centrum. 177. den Mittelpunct finden. 380. T. V. F. 85. Peripherie, Umfang oder Umkreis, Peripheria. 177. die Peripherie finden. 375. T. V. F. 85. Cirkel, die einander schneiden. 292. T. II. F. 26. durch drei Puncte, die nicht in einer geraden Linie liegen, einen Cirkel beschreiben. 290. T. III. F. 60. Quadratur des Cirkels, Quadratura circuli. 373. 374. Verhältniß des Durchmessers zur Peripherie. 372 – 376.

Clemm, (D. der Theologie und Prof. in Tübingen) S. 10. (V.)

Congruent, congruens. 208.

Congruenz, Congruentia. Zeichen. 39.

Construction, Constructio. 217. geometrische und mechanische. 217.

Cubus, oder Cubikzahl, Cubus, oder Numerus cubicus. 57. 62. 63. eines Bruchs. 84.

Cubictafel, Tabula numeros cubicos exhibens. 62.

Cubikwurzel, Radix cubica. 57. sie ausziehen. 100 – 103.

Cubus, (ein geometr. Körper,) oder Würfel, Cubus. 387. T. V. 88.

Cubikruthe, Pertica cubica. 409. 410. 414.

Cubikschuh, Pes cubicus. 409. 410. 414.

Cubikzoll, Digitus cubicus. 409. 410. 414.

Cylinder, Cylindrus. 388 – 390. senkrechter, C. rectus. 389. T. V. F. 89. schiefer, C. scalenus. T. V. F. 90. seine Höhe. 391. von gleicher Grundfläche und gleicher Höhe. 393. Innhalt. 418. Grundfläche. 426. Verhältniß. 426.

D.

Decimaltheilung, Divisio decimalis. 327.

Decken, einander. Congruere. 208. 209. 211 – 214. 298.

Differenz, Differentia 33. 43. 108.

Dinge von einer Art, Res eiusdem speciei. 26. Dinge von verschiedener Art, Res diversæ speciei. 27.

Dioptern, Dioptræ. 342. 346.

Dioptrik. S. 4. (3.) 16.

Discongruenz, Discongruentia. 39.

Dividendus, Numerus dividendus. 34. 36. 37. 49. 50. 51.

Division, Divisio. 34. 35. mit ganzen Zahlen. 48 – 55. mit gebrochenen Zahlen. 86 – 88. mit genannten Zahlen. 143. unter sich. 48 – 51. über sich. 52 – 54. Zeichen. 39. 106. Probe. 54.

Divisor, Divisor. 34. 36. 47. 48. 49. 50. 51. 53.

Dodecaedrum, Dodecaedrum. 405. 407. T. VI. 97.

Dreieck, Triangulum. 12. 180. ebenes. T. planum. 12. gleichseitiges, T. æquilaterum. 181. 218. 226. 227. 232. 270. 306. 308. T. I. 11. II. 28. 34. III. 49. IV. 68. gleichschenklichtes, T. æquicrurum. 182. 221. 222. 244. 271. 309. T. I. F. 12. II. 29. III. 41. 49. IV. 68. rechtwinklichtes, T. rectangulum. 184. 242. 268. 281. 325. T. I. F. 14. III. 49. 55. schiefes, T. obliquangulum. 355. T. I. F. 15. sphärisches, T. sphæricum, 12. spitzwinklichtes, T. acutangulum. 186. T. I. F. 16. stumpfwinklichtes, T. obtusangulum. 185. T. I. F. 15. ungleichseitiges, T. scalenum. 183. T. I. F. 13. Dreiecke, die einander decken. 219. 221. 223. 224. 251. T. II. F. 29. 40. die einander gleich sind. 261. 274. 277. 284. 285. 306. 312. 314. T. III. F. 47. 51. 53. 56. 57. T. IV. F. 68. 71. die einander ähnlich sind. 315 – 319. 348. 349. 350. T. IV. F. 71. 72. 73. die einander gleich und ähnlich sind. 219. 223. 228. 233. 234. 251. 333. 347. 348. T. II. 29. 30. 31. 32. 35. 40. 41. von gleichen Höhen. 311. 364. T. IV. 70. von gleichen Grundlinien. 364. von gleichem

Innhalt. 278. T. III. 53. den Innhalt finden. 365. T. II. 40. die Höhe finden. 370. T. III. F. 53. wo eine Linie mit der andern gleichlaufend ist. 312. T. IV. 71. ähnliche Dreiecke, oder nur gleiche Dreiecke oder ähnliche und gleiche nachzeichnen. 327 — 352.

Druckwerk, Aehnlichkeit des Herzens mit demselben. S. 4. (3.)

Duodecimaltheilung, Divisio duodecimalis. 328. 331.

Durchmesser, eines Cirkels 177. T. I. F. 10. theilt eine Cirkelfläche ab. 214. T. II. F. 25. sein Quadrat. 377.

E.

Ebene. Planum. 166. T. I. 4.

Ebert, (Prof. in Wittenberg,) 10.

Einheit, Unitas. 28. 36. 70.

Ellipse, Ellipsis. 453. T. VI. 108.

Erde, ihre Entfernung vom Mond. 7.

Erfahrungen, chirurgische. S. 8. (3.)

Ertrunkene, ihr Zustand im Wasser läßt sich aus der Hydrostatik erklären. S. 5. (3.)

Exponent, Exponens. einer Potenz. E. potentiæ. 59. 61. einer Verhältniß. E. rationis. 113.

F.

Factor, Factor. 30. 37. 46. 47. 54. 56. 58.

Factum, Factum. 30.

Farben. 22.

Faß, Dolium. seine Ausmessung. 442. T. VI. 105.

Feldmessen, ohne Instrumente. 340. mit Instrumenten. 340

Figur, Figura. 174. in einen Cirkel beschriebene, F. circulo inscripta. 201. T. II. 22. um einen Cirkel beschriebene, F. circulo circumscripta. 202. T. II. 24. ebene, F. plana. 179. geradlinichte, F. rectilinea. 179 351. krummlinichte, F. curvilinea. 175. 176. eine krummlinichte Figur geradlinicht zu machen. 368. eine Figur in Grund legen, figuræ in charta de-

lineatæ similem designare. 352. 353. alle geradlinichte lassen sich in Dreiecke theilen. 351. eine Figur in eine Menge gleicher Theile theilen. 371. ähnliche. 200. gleiche und ähnliche 383. 384.

Fisteln. S. 2. (Z.)

Flächen, Superficies. 161. ebene, S. planæ. 166. 169. in Grund legen. 369. Innhalt. 361. Maas. 357. Ruthe. 357.

Fuß, Pes. Londner, P. Londinensis. 329. Pariser, P. Parisinus. 328. Rheinländischer. P. Rhenanus. 329.

G.

Ganzes, Totum, ist mit seinen Theilen einerlei. 11. seine Zerlegung in Theile. 65. 66. 67.

Gefäße, Vasa, cylindrische, V. cylindrica, 410.

Gehörorgan. S. 4. (Z.)

Gelenkgeschwülste. S. 2. (Z.)

Geometrie, Geometria, S. 10. (V.) S. 10. (Z.) 156 – 453. höhere, G. sublimior. 12. practische, G. practica. 326 – 381. theoretische, G. theoretica. 156 — 325.

Geographie, Geographia. mathematische. 17. 20.

Geschützkunst, Artilleria; Pyrotechnia. 18.

Gleich, Æqualis. 38. 91.

Gleich und ähnlich, oder congruent. 38. 208.

Gleichheit, Æqualitas. 38. bei ganzen Zahlen. 40 – 64. bei gebrochenen Zahlen. 65 – 90. bei Verhältnissen. 104 – 113. bei Proportionen 114 – 135. bei Linien. 209. 262. bei Winkeln. 210. 213. 222. 225. 226. 235. 238. 239. 253. 260. 284. 295. 296. 297. 298. 305. 306. 315. 316. 317. bei Dreiecken. 261. 274. 277. 284. 285. 306. 312. 314. bei Cirkeln und ihren Bogen. 214. 297. 298. 299. ihr Zeichen. 39.

Gleichung, Æquatio. 12.

Glied, Terminus 128. vorhergehendes, T. antecedens. 107. nachfolgendes, T. consequens. 107. der Verhältniß. rationis. 107.

Glieder, Termini ähnlichliegende, oder gleichnamige. T. homologi 128. einer Proportion, T. proportionis. 115. äussere, T. externi, 115. mittlere. T. medii. 115.

Gno-

Gnomonik, Gnomonica. 17.

Grad, Gradus. 272.

Gränze, Limes. 157.

Grösse, Quantitas. 4 – 11. ausgedehnte. Q. extensa. 158. die eine andere deckt, Q. quantitati congruens. 208. 212. stetige Q. continua. 12. 158. unendlich kleine, Q. infinitè parva. die Erkenntnis der Grösse ist eine gemeine und gelehrte. 8.

Grösser, Majus. 39. sein Zeichen. 39.

Grundfläche, (bei den Körpern) Basis. 384 – 398. 400. 402. 403. 411 – 413. 415 – 423. 431. 433. 448 – 450. 453. T. V. 86. 91. 93. 95. VI. 99. 100. 101. 102. 108.

Grundlinie, (bei den Flächen) Basis. 222. 225. 274. 276. 277. 279. 280. 311. 312. 314. 356. 361 – 365. 370. 371. T. II. 29. 40. III. 51. 52. 53. 54. IV. 68. 70. 71. V. 82. 84.

H.

Halbkugel, Hemisphærium 429. T. VI. 103.

Halbmesser, S. Cirkel.

Handanlegung, chirurgische. S. 6. (3.)

Handwerker, chirurgischer. S. 1. (3.)

Heilkunde. S. 5. (3.)

Herz, eine doppelte Maschine. S. 4. (3.)

Höhe, Altitudo. bei Figuren. 276. 279. 310. 333. 354 – 356. 361 – 365. 370. 371. 380. T. I. 14. II. 40. III. 52. 53. IV. 68. 69. V. 82. bei geometrischen Körpern. 391. 393. 394. 403. 411 – 433. 444. 445. T. V. 91. 93. 95. VI. 99. 100 – 105.

Hydraulik. S. 4. (3.) 15.

Hydrostatik S. 4. (3.) 15.

Hygrologie. S. 6. (3.)

Hyperbel, Hyperbola. 452. T. VI. 107.

Hypotenuse, Hypotenusa. 281. 282. 285. 325. T. III. 55. 57.

J.

Icosaedrum, Icosaedrum. 405. 408. T. VI. 98.

Instrumente, chirurgische. S. 3. 6. (3.)

Instrumentenlehre. S. 6. (3.)

Irregulair, Irregularis. S. 3. (3.)

K.

Kästner, (Hofr. und Prof. in Göttingen.) S. 10. (V.)

Kanne, Cantharus. 410. 441.

Kegel, Conus. seine Axe. S. Axe. abgekürzter, C. truncatus 423. T. V. 93. gerader, C. rectus. 399. T. V. 93. schiefer, C. scalenus. T. V. 94. Grösse eines Kegels. 403. von einerlei Grundfläche und Höhe. 403. ein nach einer ebenen Fläche parallel durchschnittener. 402. 450. T. V. 93. ein durch die Spitze durchschnittener Kegel. 448. 449. T. V. 93. mit einer seiner Seiten parallel durchschnittener 448. 451. T. VI. 106 schief durchschnittener 448. 452. 453. T. V. 107. 108. Inhalt. 422.

Kette, Catena. 375.

Kind, neugebohrnes S. 4. (3.) todtgebohrnes. S. 4. (3) unter der Geburt getödtetes. S. 4. (3.)

Kleiner, Minus. 39. sein Zeichen 39.

Knochenkrankheiten. S. 2. (3.)

Körper, Corpora. elastische, C. elastica. 15. flüssige, C. fluida. 15. geometrische, C. geometrica. 382 – 453. himmlische, C. cœlestia. 14. natürliche, naturalia. S. 5. (3.) ordentliche, C. regularia. 405. T. V. 88. 92. 96. 97. 98. prismatische, C. prismatica. 386 – 390. 394—396. 400. 405. 411. 413. 416 – 418. 424 – 426. T. V. 86. 87. 88. 89. 90. pyramidalische, C. pyramidalia. 394. 395. 396 – 399 — 403. 419 – 425. T. V. 91. 92 93. 94. VI. 102. unordentliche, C. irregularia. 384. 386. 388 – 390. 394. 396 — 400. 404. 411. 416. 419. 429. T. V. 86. 87. 89. 90. 91. 93 — 95. 99. 101 - 103.

Krankheiten, verwickelte. S. 8. (3.) unheilbare S. 10. (3.)

Krankenbesuche, der erste ist immer der wichtigste. S. 10. (3.)

Krebsschäden. S. 2. (3.)

Kreis. S. Cirkel.

Kugel, Sphæra, 404. T. V. 95. ihr Durchmesser, Halbmesser Mittelpunct, Oberfläche. 404. der Kugel Innhalt. 431–434 437. 438. ihre Oberfläche berechnen. 434–436. den Durchmesser berechnen. 439. 440. einer Kugel Verhältnis zu einer andern. 440.

L.

Längenmaas, Mensura linearum. 410. 414.

Lebensordnung. S. 6. (3.)

Licht. 14. 16. dessen Stralen. S. 4. (3.)

Lineal, Regula. 340.

Linie, Linea. 161–163. Berührungslinie, L. tangens circulum. 177. T. I. 10. Diagonal. L. diagonalis. 259. 260. T. III. 47. gerade, L. recta. 164. 168. 170. 171. 177. 204. 206. 207. 290. T. I. 1. krumme, L. curva. 12. 165. 174. 215. T. I. 2. senkrechte, L. perpendicularis. 171. 244. 247. 251. 288. 289. T. I. 9. eine gerade Linie messen. 327. eine gerade Linie halbiren. 232. T. II. 34. eine Linie in Theile theilen. 320. T. IV. 74.

Linien, Lineæ. auseinanderfahrende, L. divergentes. 169. T. I. 7. parallele, oder gleichlaufende, L. parallelæ. 168. 253. 258. 260–262. 274. 277. 383. T. I. 6. III. 45. 46. 47. 48. 51. 53. 54. zusammengehende, L. convergentes. 169. T. I. 7. zwo Linien von einer dritten geschnitten. 253. 255. T. III. 45. 46.

Linie, (der zehnte Theil eines Zolls) Linea. 327.

Logarithme, Logarithmus. 12.

Ludolph, von Cöln (ein berühmter Holländischer Geometer) 372.

Luft. S. 4. (3.)

Lungenprobe, die gewöhnliche, ist trüglich. S. 4. (3.)

M.

Maas, Mensura. 6. körperliches, M. Solidi. 414. zehentheiliches, M. decimalis. 331. zwölftheiliches, M. duodecimalis. 331.

Maasstab, verjüngter, Scala geometrica. 330. 340. 354. 358. 369. T. IV. 77.

Magister Matheseos. 283. T. III. 55.

Mahlerkunst, das Mathematische und Physische bei derselben 22.

Mathematik, Mathesis, Mathematica, Mathesis. drei Hauptsätze in derselben 38. ihre Nothwendigkeit zum chirurgischen Studio. S. 4. 5. (3.) abgesonderte oder reine, M. pura 9. 12. 23. angewandte, M. applicata. 9. 13—16. 23. höhere, sublimior. 12. 446.

Mechanik. S. 4. (3.) 14. 15. 20.

Meckel, (Prof. in Berlin) S. 2. (3.)

Meile, Milliare. 4.

Messen, Metiri. 6.

Messung, Dimensio. 4. mittelbare, D. mediata, 333. 334. unmittelbare, D. immediata. 335.

Meßtischlein, Mensula geometrica. 345. 346. 353.

Mineralreich. S. 6. (3.)

Minute, Minutum. 272.

Mittelpunct. S. Cirkel und Kugel.

Mond. S. Erde.

Multipliciren, Multiplicare. 31.

Multiplication, Multiplicatio. mit ganzen Zahlen 44—47. mit gebrochenen Zahlen 81—85. mit genannten Zahlen. 142. Probe. 54. Zeichen. 39.

Musik. 19.

N.

Natur, des Menschen. S. 5. (3.)

Naturgeschichte. S. 5. 6. (3.)

Naturlehre. S. 5. 6. (3.) 382.

Nenner, Denominator. 66—68.

Numeriren, Numerare. 40. 64.

O.

Octaedrum, Octaedrum. 405. 406. T. V. 96.

Operationen, chirurgische. S. 2. (3.)

Optik. S. 4. (3.) 14. 16. 446.

P.

Parabel, Parabola. 451. T. VI. 106.

Parallel. S. 3. (3.) S. parallele Linien.

Parallelogramm, Parallelogrammum. 194. 263–265. 274–276. 277. 279. 280. 361—364. 383. T. III. 47. 51—54. V. 82. rechtwinklichtes, P. rectangulum. 263. T. III. 47. schiefwinklichtes, P. obliquangulum. 361. T. III. 52. ein Parallelogramm machen, das einem gegebenen Dreieck gleich ist. 280. T. III. 54. Parallelogramme von gleichen Höhen und Grundlinien. 276. 279. die Verhältniß zweier Parallelogramme von einerlei Höhe gegen verschiedene Grundlinien. 362. 363. T. V. 82.

Parallelepipedum, Parallelepipedum. 386. T. V. 87. senkrechtes, P. rectum, dessen Grundflächen und Seitenflächen Quadrate sind. 387. T. V. 88. ein senkrechtes, dessen Grundfläche ein Rechteck ist, ausmessen. 411. T. V. 99. dessen Grundfläche ein schiefwinklichtes Parallelogramm ist, 415. 416. T. VI. 101. Parallelepipeda von gleichen Grundflächen und Höhen. 393.

Pathologie. S. 5. 6. (3.)

Peripherie. S. Cirkel.

Perpendikel, Perpendiculum. 171. 232. 233. 235. 244. 248. 251. 262. 276. 277. 287. 288. 289. 300. 325. T. I. 9. II. 34. 35. 36. 40. III. 41. 44. 48. 52. 53. 59. einen aufrichten 233. T. II. 35. einen fällen. 234. T. III. 41.

Perpendicular, Perpendicularis. S. 3. (3.)

Perspectiv, Perspectiva. 22.

Pflanzenreich. S. 6. (3.)

Pflan=

Pflanzenkenntniß, besondere. S. 6. (3.)

Pfund. 151.

Pfuscherei, medicinische. S. 8. 9. (V.) chirurgische. S. 8. (3.)

Philosophie. S. 10. (V.) 5. (3.)

Physik. S. 5. (3.)

Physiologie. S. 5. 6. (3.) 382.

Policei, medicinische. S. 5. 6. (3.)

Polygon, Polygonum. 197 - 199. ordentliches, P. regulare. 198. T. II. 22. unordentliches, P. irregulare. 199. T. II. 23. Innhalt. 367. T. IV. 68. seine Abtheilung. 366. T. V. 83.

Polynomisch. S. Wurzel.

Potenz, Potentia. 56. 58. 59. 60. 64.

Practica, welsche. Practica italica. 152.

Prisma, Prisma. 383. T. V. 86. eins ausmessen. 417. ein dreieckigtes. P. triangulare. 385. 417. 419. T. VI. 102. viereckigtes. P. quadrangulare. 385. 386. T. V. 87. vieleckigtes, P. multangulare. 417. senkrechtes. P. rectum. 385. T. V. 85. schiefes, P. obliquum. 385.

Prismata, von gleichen Grundflächen und Höhen. 393.

Product, Productum. 31. 37. 45. 58.

Progression, Progressio. 136. arithmetische, P. arithmetica. 137. geometrische, P. geometrica. 138. zunehmende, P. crescens. 137. 138. abnehmende, P. decrescens. 137. 138.

Proportion, Proportio. 114 - 117. abgesonderte, P. discreta. 116. arithmetische, P. arithmetica. 118 – 125. geometrische, P. geometrica. 126 – 135. stetige, P. continua. arithmetische stetige. 121 - 123. geometrische stetige 127. 128. Proportionen durch Verwechslung verändern. 313. 320.

Proportionallinien, Lineae proportionales. zu dreien die vierte finden. 322. zu zwoen die dritte finden. 323. die mittlere finden. 324.

Proportionalzahlen, Numeri proportionales, zu dreien die vierte arithmetische finden. 124. zu zwoen die dritte geometrische finden. 134. zu dreien die vierte geometrische finden. 133. die mittlere geometrische finden. 132.

Pulßadern. S. 4. (3.)

Punct, Punctum. 161. 162.

Pyramide, Pyramis. 394. T. V. 91. ihre Grösse. 403. wenn sie Tetraedrum heißt. 395. T. V. 92. wenn sie Kegel genannt wird. 396 T. V. 93. eine dreieckigte, P. triangularis. 401. 419. T. VI. 102. vieleckigte, P. multangularis. 401. der Pyramiden Innhalt. 420. 421. von gleicher Grundfläche und Höhe. 403. Verhältniß zu einer andern. 425. parallel mit der Grundfläche durchschnittene. 400. T. V. 91.

Pyramidenförmig, Pyramidalis. S. 3. (3.)

Pythagoras, (ein griechischer Weltweiser und berühmter Mathematiker) 283. dessen Lehrsatz, Theorema pythagoricum. 282. 280. T. III. 55.

Q.

Quadrant, Quadrans. 302. T. IV. 67.

Quadrat, (geom. Figur) Quadratum. 189. T. I. 17. der Cathetorum. 282. T. III. 55. des Durchmessers. 377. der Hypotenuse. 282. T. III. 55. ein Quadrat so groß machen, als zwei oder mehrere andere. 286. T. III. 58.

Quadratruthe, Pertica quadrata. 357.

Quadratschuh, Pes quadratus. 357.

Quadratzoll, Digitus quadratus. 357.

Quadrat, oder Quadratzahl, Numerus quadratus. 56. 62. 63. eines Bruchs 83.

Quadrattafel, Tabula numeros quadratos exhibens. 62.

Quadratwurzel, Radix quadrata. 56. sie ausziehen. 92–99.

Quadratur, Quadratura. 357. des Cirkels. 373.

Quadrinomisch, S. Wurzel.

Quadriren, Quadrare. 357.

Quintlein. 151.

Quotient, Quotus. 34. 37. 48. 49. 53. 60. 108.

R.

Raum, Spatium. 17.

Raum der Körper, Capacitas Solidorum. 441.

Raute, Rhombus. 191. T. I. 19. länglichte, Rhomboides. 191. T. I. 20.

Rautenförmig. S. 3. (3.)

Rechenkunst. S. Arithmetik.

Rechentafel. Abacus Pythagoricus. 44.

Rechnung, algebraische, C. algebraicus. Buchstaben=, C. literalis. 12. Differential, C. differentialis. 12. Integral, C. integralis. 12. Logarithmische, C. logarithmicus. 12. des Unendlichen, C. Infinitorum. 12.

Rechnung, Gesellschaftsr. Regula societatis. 151. Vermischungsr. R. alligationis. 151.

Rechnungsarten, Species arithmeticae. in ganzen Zahlen. 41–55. in Brüchen. 77–89. in genannten Zahlen. 138–144.

Rechteck, oder länglicht Viereck, Rectangulum. 190. 282. T. I. 18.

Regel, Regula. Sorites arithmeticus. Kettenregel. 155. Reesische, R. Reesiana. 513. de Tri, R. Trium. 145. ordentliche Regel de Tri. R. Trium directa. 145. verkehrte, R. Trium inversa. 145. zusammengesetzte, oder de Quinque, R. Trium composita. 147.

Regulär, Regularis. S. 5. (S.)

Richter, (Leibarzt, Hofr. und Prof. in Göttingen) S. 2. (3.)

S.

Sackgeschwulst. S. 4. (3.)

Salmiac. 151.

Salpeter. 151.

Schall. 19.

Scheitel, Vertex. 167.

Schenkel, ein, Crus. die Schenkel, Crura. 167.

Schief, obliquus. S. 3. (3.)

Schief=

Schießpulver. 151.
Schiff, dessen Regierung. 20.
Schiffkunst, Histiodromia. 20.
Schmucker, (Kön Preuß. erster Generalchirurgus) S. 2 (3.) dessen kalte Fomentation. 151.
Schnur, Funis, 335. 336.
Schußwasser, Thedens. 151.
Scrupel, (geometr. Maas) Scrupulum. 327.
Sechseck, Hexagonum, 307. 308. T. IV. 68.
Sector. S. Ausschnitt im Cirkel.
Secunde, Secundum. 272.
Segment. S. Abschnitt im Cirkel.
Sehne, Chorda. 177. 287. 288. 289. 299. 306. T. I. 10. III. 59. IV. 66.
Siebeneck, Heptagonum, 196.
Spiegel. 16.
Spitze. S. Scheitel.
Staat, sein Wachsthum an Bürgern beurtheilt die Mathematik. 21.
Stab, Baculus. 334.
Stange, Pertica. 335.
Stativ, Pes mensulæ geometricæ. 345.
Subtrahiren, Subtrahere. 33.
Subtraction, Subtractio. 33. von ganzen Zahlen. 42. 43. von gebrochenen Zahlen. 77. von genannten Zahlen. 141. Probe 43. Zeichen 39. 105. 106.
Summe, Summa. oder Aggregatum. 30. 41.

T.

Tangente, Tangens circulum. 177. T. I. 10.
Tetraedrum 395. 405. T. V. 92.
Theden. (Kön. Preuss. dritter Generalchirurgus) S. 2. (3.)
Theile, flüssige eines Menschen. S. 6. (3.) feste. S. ebend.

Therapie oder Heilkunde. S. 5. (3.)

Thierreich. S. 6. (3.)

Transporteur, Instrumentum transportatorium. 340. 341. 343. 349. T. V. 79.

Trapezium, oder ungleichseitiges Viereck. Trapezium. 193. T. II. 21.

Triangel. S. Dreieck.

Trigonometrie, Trigonometria, ebene, T. plana. 12. sphärische, sphærica. 12.

Trinomisch. S. Wurzel.

U.

Ueberschuß. S. Differenz.

Unähnlich, Dissimilis. 39.

Unähnlichkeit, Dissimilitudo. 38. Zeichen. 39.

Unendlich, Infinitus.

Unendlich klein, S. Grösse.

Ungleich, Inæqualis. 38.

Ungleichheit, Inæqualitas. 38. Zeichen. 39.

Unterschied. S. Differenz.

V.

Valveen. S. 4. (3.)

Ventilen. S. 4. (3.)

Verband, chirurgischer. S. 6. (3.)

Verhältniß, Ratio. S. 3. (3.) 104 - 113. arithmetische, R. arithmetica. 109. 110. geometrische, R. geometrica. 111 – 113. Glieder derselben. S. Glieder.

Vermehrung. 4.

Verminderung. 4.

Vermischungsrechnung. S. Rechnung.

Vieleck. S. Polygon.

Viereck, Figura Quadrilatera. 188 — 194. 263 — 265. 274. 276. 279. 280. 361 - 364. T. I, 17 — 20. III, 47. 51 - 54. V. 82.

Viereckigt. S. 3. (3.)

Visiren, Invenire soliditatem vasorum cylindricorum. 442. 443. T. VI. 105.

Visirstab, Virgula Pithometrica. 443 - 445. T. VI. 104.

Vitriolgeist. 151.

Voitus, (Prof. in Berlin) S. 10. (V.) dessen Reden an die junge Wundärzte. S. 10. 11. (V.)

Vorbereitungswissenschaften, chirurgische. S. 3. 6. (3.)

W.

Weinessig. 151.

Weingeist. 151.

Weite, Distantia. eine Weite messen. 333. 337 - 339. 347. T. III. 57.

Winkel, ein, Angulus, S. 3. (3.)

Winkel, die, Anguli. äussere, A. externi. 239. 240. 253. T. II. 39. III. 45. ebene, A. plani. 167. T I. 5. entgegengesetzte, A. oppositi. 240. 253. T II. 39. III. 45. gleiche, A. aequales. 210. 315. T. IV. 72. innere, A. interni. 239. 253. T. II. 39. III. 45. Nebenwinkel. A contigui. 170. 171. 235. T. I. 8. 9. rechte, A. recti. 171 - 173. 213. 236. 237. 241. 266. 268. 271. 272. T. I. 9. II. 37. 39. III. 49. schiefe, A. obliqui. 172. 268. T. III. 49. spitzige, A. acuti. 173. 235. 249. T. I. 9. II. 36. III. 44. stumpfe, A. obtusi. 173. 235. 249. T. I. 9. II. 36. III. 44. vertical. A. verticales. 238. T. II. 38. Scheitelw. S. Verticalwinkel. wechselsw. A. alterni. 253. 261. T. III. 45. 47. Winkel am Mittelpunct, A. ad centrum. 293. 295. 297. T. IV. 62. an der Peripherie, A. ad peripheriam. 294. 295. 305. T. IV. 62. im halben Kreis, A. ad semicirculum. 296. T. IV. 65. der Winkel Summe finden. 273. T. III. 50. halbiren. 231. T. II. 33. unbekannte Winkel eines Dreiecks berechnen. 12. Winkel, die einander decken. 209. 211. 213. Schenkel eines Winkels. 167. T. I. 5. AB, AC. Spitze oder Scheitel eines Winkels 167. T. I. 5. A. Winkel messen. 304. 305. auf dem Feld messen. 344. T. V. 80. auf dem Papier messen. 343. T. V. 79.

Winkelmesser, Astrolabium. 342. 344. 354. T. V. 80.

Wundärzte, welche Wissenschaften sie zu lernen haben. S. 1–7. (Z.) ihr moralischer Character. S. 7–11. (Z.)

Wolf, von. (Kön. Pr. Geh. Rath, Procanzler und Prof. in Halle.) S. 10. (V. und Verzeichniß.)

Wurzel, Radix. binomische, R. binomia. 93. trinomische, R. trinomia. 95. polynomische, R. polynomia. 95. quadrinomische, R. quadrinomia. 95. Zeichen. 39.

Würfel, arithmetischer und geometrischer. S. Cubus.

Z.

Zahl, Numerus. die abzuziehende, N. subtrahendus. 33. 43. ganze, N. integer. 40–55. gebrochene, N. fractus. 65–90. genannte, N. numeratus. 138. die zu vermindernde, N. minuendus.

Zahlen, Numeri. summirende, N. summandi. 30.

Zähler, Numerator. 66. 67. 68.

Zeichen, Signa. mathematische, S. mathematica. 39.

Zeichenkunst. 22.

Zeit, Tempus. 17.

Zirkel, Circinus. 340.

Zoll, Digitus. 327.

Zucker. 151.

Zusammengesetztes, ein, Compositum.

Lateinisch

Lateinisch-deutsches Wörterbuch über die reine Mathematik.

Die Sylbe muß lang ausgesprochen werden, wo —, kurz aber, wo ◡ darüber steht.

A.

Abăcus Pythagorĭcus, Rechentafel.
Acūtus, spitzig.
Acutangŭlus, spitzwinklicht.
Addĕre, addiren; hinzusetzen.
Additĭo, Addition; Zusatz.
Æquālis, gleich.
Æqualĭtas, Gleichheit.
Æquatĭo, Gleichung.
Æquicrurĭus, gleichschenklicht.
Æquilatĕrus, gleichseitig.
Aerometrĭa, Aerometrie.
Algĕbra, Algebra.
Altĕrnus, wechselseitig.
Altitūdo, Höhe.
Analÿsis, Auflösungskunst.
Angŭlus, Winkel.
Applicātus, angewandt.
Architectūra, Baukunst.
Arcus, Bogen.
Arĕa, Innhalt; Grösse des Raums der von einer Figur beschlossen wird.
Arithmetĭca, Rechenkunst.
Artillerĭa, Geschützkunst.
Astrolābĭum, Winkelmesser.
Astronomĭa, Astronomie.

B.

Bacŭlus, Stab.
Basis, Grundfläche.
Basis, Grundlinie.
Binomĭus, zweitheilig.
Biquadrātum, Biquadrat.

C.

Cœlestis, himmlisch.
Calcŭlus, Rechnung.
Capacĭtas, Raum (bei Körper.)
Canthărus, Kanne.
Catēna, Kette.
Cathĕtus, Cathetus.
Catoptrĭca, Catoptrik.
Census, oder numerus quadratus, Quadratzahl.
Centrum, Mittelpunct.
Chorda, Sehne.
Chronologĭa, Zeitrechnung.
Circĭnus, Zirkel.
Circŭlus, Kreis.
Civĭlis, bürgerlich.
Composĭtum, ein Zusammengesetztes.
Congrŭens, übereinstimmend; gleich und ähnlich.
Congruentĭa, Congruenz; Uebereinstimmung; das einander Decken.
Conus, Kegel.
Constructĭo, Construction; Zusammensetzung.
Contigŭus, s. deinceps positus, an einander stossend.

Continŭus, stetig.
Convergens, zusammengehend.
Corpus, Körper.
Crus, Schenkel.
Cubus, Würfel.
Cubāre, Cubiren, oder den Innhalt eines Körpers suchen.
Cubĭcus, Cubisch.
Curvilinĕus, krummlinicht.
Curva, krumme Linie
Cylĭndrus, Cylinder.

D.

Decimālis, zehentheiligt.
Deinceps posĭtus S. contiguus.
Differentĭa, Unterschied.
Differentiālis, (calculus) Differenzialrechnung.
Denominatĭo, Benennung.
Denominātor, Nenner.
Diagonālis, Diagonallinie.
Diamĕter, Durchmesser.
Dimensĭo, Ausmessung.
Diŏptræ, Diopteru.
Discrētus, abgesondert.
Discongruentĭa, oder Incongruentĭa. Discongruenz.
Dissimĭlis, ungleich.
Dissimilitūdo, Ungleichheit.
Distantĭa, Weite.
Divĕrgens, ausfahrend.
Dividĕndus, Dividendus.
Divisĭo, Division; Theilung.
Divĭsor, Divisor; Theiler.
Dodecaĕdrum, Dodecaedrum.
Dolĭum, Faß.

E.

Elastĭcus, elastisch.
Ellĭpsis, Ellipse.
Expōnens, Exponent.
Extensĭo, Ausdehnung.
Extĕrnus, äusserlich.

F.

Factor, Factor.
Factum, Factum.
Figūra, Figur.
Fluĭdus, flüssig.
Fūnis, Schnur.

G.

Geographĭa, Erdbeschreibung.
Geomĕtra, Feldmesser.
Geometrĭa, Geometrie; Erdmeßkunst.
Geometrĭcus, geometrisch.
Gnomonĭca, Gnomonik.
Gradus, Grad.

H.

Hemisphærĭum, Halbkugel.
Heptagŏnum, Siebeneck.
Heterogenĕus, von verschiedener Art.
Hexagŏnum, Sechseck.
Histiodromĭa, Schiffkunst.
Homogenĕus, von einerlei Art.
Hydraulĭca, Hydraulik.
Hydrostatĭca, Hydrostatik.
Hygrologĭa, Hygrologie.
Hyperbŏla, Hyperbel.
Hypotenūsa, Hypotenuse.

I.

Icosaĕdrum, Icosaedrum.
Immediātus, unmittelbar.
Inæquālis, ungleich.
Inæqualĭtas, Ungleichheit.
Incongruentĭa. S. Discongruentĭa.
Infinĭtus, unendlich.
Infinĭtum, eine Grösse, die man so gros annehmen kann, als man will.
Infinĭte parvus, unendlich klein.
Inscriptus, beschrieben, eingeschrieben.

Instru-

Instrumentum transportatorium, Transporteur.
Integrālis (calculus) Integralrechnung.
Internus, innerlich.
Irregulāris, unordentlich.

L.

Limes, Gränze.
Linĕa, Linie.
Literālis (calculus) Buchstabenrechnung.
Logarīthmus, Logarithme.
Logarithmĭcus (calculus) logarithmische Rechnung.
Longimetrīa, die Wissenschaft von Ausmessung der Längen.

M.

Magnitūdo, Länge.
Majus, grösser.
Mathematĭca, oder Mathēsis, Mathematik.
Mechanĭcus, mechanisch.
Mediātus, mittelbar.
Mensūla geometrĭca, Meßtischlein.
Mensūra, Maas.
Milliāre, oder Spatium mille passuum, Meile.
Militāris, zum Kriegswesen gehörig.
Minus, weniger; kleiner.
Minūtum, Minute.
Multiplicāre, multipliciren.
Multiplicatĭo, Multiplication.
Musĭca, Musik.

N.

Naturālis, natürlich.
Numerāre, zählen; numeriren.
Numerātor, Zähler.
Numĕrus, Zahl.

O.

Oblīquus, schief.
Oblōngum, länglichtes Viereck, oder Rechteck.
Obtūsus, stumpf.
Obtusangŭlus, stumpfwinklicht.
Octaēdrum, Octaedrum.
Opposĭtus, entgegengesetzt.

P.

Parabŏla, Parabel.
Parallelepipĕdum, Parallelepipedum.
Parallelogrāmmum, Parallelogramm.
Parallēlus, parallel: gleichlaufend.
Pars, Theil.
Periphería, Umfang. S. Cirkel.
Perpendicŭlum, Perpendikel.
Perpendiculāris, senkrecht.
Perspectīva, Pespectiv.
Pertĭca, Meßruthe.
Pertica, Meßstange.
Pes, Schuh.
Pes mensulæ geometricæ, Stativ.
Planimetria, Wissenschaft von Ausmessung der Flächen.
Planum, Ebene.
Planus, eben; flach.
Plus, mehr.
Polygōnum, Vieleck.
Polygŏnus, vieleckigt.
Polynomĭus, polynomisch.
Posĭtĭo, Lage.
Potentĭa, Potenz.
Practĭca italĭca, welsche Practik.
Prisma, Prisma.

Prismaticus, prismatisch.
Productum, Product.
Progressio, Progression.
Proportio, Proportion.
Proportionalis, proportional.
Punctum, Punct.
Pyramis, Pyramide.
Pyramidalis, pyramidenförmig.
Pyrotechnia. S. Artilleria.

Q.

Quadrans, Quadrant.
Quadrare, Quadriren, oder den Innhalt einer Fläche suchen.
Quadratum, Quadrat.
Quadratus numerus, Quadratzahl.
Quadrangularis, viereckigt.
Quadrinomius, quadrinomisch.
Quantitas, Grösse.
Quinquangularis, fünfeckigt.
Quotus, Quotient.

R.

Radius, Halbmesser.
Radix, Wurzel.
Ratio, Verhältniß.
Rectangulum, Rechteck.
Rectangulus, rechtwinklicht.
Rectilineus, geradlinicht.
Rectus, gerad; senkrecht.
Redactus, gebracht.
Regularis, ordentlich.
Regula, Lineal.
Regula, Regel.
Rhomboides, länglichte Raute.
Rhombus, Raute.

S.

Scala geometrica, verjüngter Maasstab.
Scalenus, schief; ungleich.
Scrupulum, Scrupel. (geometr. Maas.)
Sector, Ausschnitt.
Secundum, Secunde.
Segmentum, Abschnitt.
Semidiameter, Halbmesser.
Sexagesimalis, sechzigtheiligt.
Sexangularis, sechseckigt.
Similis, ähnlich.
Similitudo, Aehnlichkeit.
Simplex, einfach.
Solidum, Körper.
Solidus, körperlich; fest.
Sorites arithmeticus Kettenregel.
Spatium, Raum.
Species, Art.
Spurius, falsch; unächt.
Stereometria, Wissenschaft von Ausmessung der Körper.
Sublimis, hoch.
Sublimior, höher.
Subtractio, Subtraction; Abzug.
Subtrahere, abziehen; subtrahiren.
Summa, oder Aggregatum, Summe.
Summare, summiren.
Superficies, Oberfläche.

T.

Tabula, Tafel.
Tangens (linea) Tangente; Berührungslinie. S. Cirkel.
Tempus, Zeit.
Terminus, Glied.
Tetraedrum, Tetraedrum.
Theorema, ein Satz, der untersucht und erwiesen wird.
Theoreticus, theoretisch.
Totum, das Ganze.
Trapezium, ungleichseitiges Viereck.
Triangulum, Triangel.

Trian-

Triangulāris, oder trigōnus, dreieckigt.
Trigonometrīa, Trigonometrie.
Trinomīus, trinomisch.
Truncātus, abgekürzt.

U.

Unus, Eins.
Unītas, Einheit.

V.

Vertex, Scheitel.
Verticālis (angulus) Verticalwinkel.
Verus, wahr; ächt.
Virgūla Pithometrīca, Visierstab.

Verzeichniß.

Verzeichniß
derjenigen
Schriftsteller,
welche bey der
reinen Mathematik
zu Rath gezogen worden.

---

1) Clemm, (Henr. Wilh.) mathematisches Lehrbuch ꝛc. ꝛc. 2te Auflage. 8. Stuttgardt. 1768. mit Kupfern.

2) Ebert, Joh. Jac.) nähere Unterweisung in der Philosophie, und mathematischen Wissenschaften für die obern Classen der Schulen und Gymnasien. Mit Kupfern. 8. Frft. und Leipz. 1773.

3) Kästner, (Abr. Gotth.) Anfangsgründe der Arithmetik, Geometrie, ebenen und sphärischen Trigonometrie und Perspectiv. Zwote Auflage. 8. Göttingen. 1764. mit Kupfertabellen.

4) Scheller, (Imman. Jo. Gerh.) ausführlich und möglichst vollständiges lateinisch-deutsches und deutsch-lateinisches Lexicon 8. 1783.

5)

5) **Schmucker**, (Joh. Leber.) chirurgische Wahrnehmungen. I. Theil. 8. Berlin und Stettin 1774.

6) **Theden**, (Joh. Christ. Anton) neue Bemerkungen und Erfahrungen zur Bereicherung der Wundarzneykunst und Arzneygelahrheit. I. Theil. 8. Berlin und Stettin. 1776. II. Theil. 1782.

7) **Voitus**, (J. L. F.) zwei Reden an die jungen Wundärzte. 8. Berlin. 1780.

8) **Wolf von**, Freiherr, Anfangsgründe aller mathematischen Wissenschaften. 8. Frkft. u. Leipz. 1750.

9) — Elementa matheseos universæ. T. I. 4. Halæ Magdeb. 1742.

An meine Zuhörer.

Meine Herrn!

Mit warmem Gefühl von Achtung und Liebe, die Ihnen mein Herz nach der Verhältniß, worinn ich als Lehrer mit Ihnen stehe, gewidmet hat, liefere ich den Anfang eines Werks in Ihre Hände, das, wenn Sie es recht gebrauchen, ein Hülfsmittel mit werden kann, Sie über den chirurgischen Handwerker zu erheben, und zum gelehrten Wundarzt zu bilden.

Sie wissen bereits aus meiner Ankündigung, was mich zu einer so mühsamen Arbeit aufgemuntert hat, und aus eben derselben haben Sie auch den Plan ersehen, nach welchem ich Sie in Zukunft die Wissenschaften lehren will.

So sehr ich Sie als fleißige und lehrbegierige Schüler öffentlich zu rühmen mich verpflichtet erkenne, so glaube ich, diesem Zeugnisse ungeachtet, doch, daß meine Forderung Manchem unter Ihnen zu groß, und meine Absicht unerreichbar vorgekommen ist; damit ich Sie nun eines Bessern belehren könne, bitte ich mir Ihre ganze Aufmerksamkeit aus.

Die Wundarzneikunst ist nicht sowohl Kunst, als gelehrte Wissenschaft. Wer sie lernen will, muß nicht nur eine fertige Hand, sondern einen fähigen Geist, nicht einen vorbeirauschenden, sondern einen thätigen, täglichen Fleiß haben.

Thöricht ist der Jüngling, der sich in seinem Herzen bloß deßwegen segnet, weil er eine Ader öfnen, Schröpfköpfe setzen, Blasen ziehen, Binden geschickt anlegen und andere ähnliche Handlungen verrichten kann, die eine mittelmäßige Fähigkeit erfordern, die der Gesell durch öftern Umgang mit seinem Meister, und durch wiederholte Uebung so gut als Er, und ein chirurgischer Charlatan so niedlich, als der würklich gründliche und gelehrte Wundarzt zu verrichten im Stande ist.

Thöricht ist der Jüngling, der seine Fähigkeit zum Operiren an lebendigen Menschen nach der Fertigkeit seiner Hand im Operiren an Leichnamen abmißt.

Operationen an lebendigen Menschen zu machen, wo eben nicht immer alle Handgriffe vorher bestimmt werden können, wo Hand und Verstand einander beständig begleiten müssen, wo es nicht gleich viel ist, einige Linien tiefer oder seichter zu schneiden, sagen Sie selbst, meine Herren, ob nicht in solchen Fällen ein reiches Maas von Geisteskraft, viele und vielerley Kenntnisse nothwendig seyen, und ob man alles diß von einem Alltagskopf, einer sorglosen Bildung und einem Müssiggänger erwarten könne?

Wie wollen Sie eingeklemmte Brüche geschickt operiren, wenn Ihnen nicht die Ursachen der Einklemmung, die Bauart der eingeklemmten Theile, der mannigfaltige Zustand, worinn sich die im Bruch enthaltene Theile befinden können, und die Heilarten aller vorkommenden Zufälle immer vor Augen schweben, sollten Sie auch unzählichemal sich durch Uebung an Leichnamen die gröste Geschicklichkeit, das Messer zu führen, erworben haben?

Sehen Sie zehen und mehr als zehenmal dem geschicktesten Operateur zu, werden Sie dardurch vollkommener und brauchbarer, bringen Sie aber alle Kenntnisse des Operateurs nicht selbst mit, so werden Sie niemals den Nutzen davon haben, den Sie sich zu haben wünschen. Denn nicht nur solche Operationen, wo man jeden Handgriff zum voraus nicht bestimmen kann, sondern auch solche, wo alle Handgriffe bestimmt, und zuvor an todten Körpern erlernt und geübt werden können, beruhen nicht bloß auf Nachahmung, auf Geschicklichkeit Ihrer Hand, sondern auf einem sichern, festen Blick in den Zustand aller vorkommenden Symptomen, und auf einem fertigen Entschluß, auch in unbekannten Fällen von der Hauptstrasse abzugehen, und einen steilen Nebenweg zu betretten.

Oft werden Sie bey dem Geschrey Ihres leidenden Nächsten oder seiner Verwandten in Gefahr stehen, Ihre Entschlossenheit zu verlieren, — oft an Ihrem eigenen Wissen zaghaft werden, — oft sich den Muth und die Kenntnisse eines Meckels, Richters, Schmuckers, Bilguers und Thedens wünschen.

Glauben Sie, daß es bey Abscessen, Fisteln, Sackgeschwülsten, Krebsschäden, Gelenkgeschwülsten, Knochenkrankheiten u. s. w. blos auf Operiren, oder Anwendung äusserlicher Mittel, oder auf einen geschickten Verband ankomme? Nein, so sehr es zur Zierde eines Wundarztes

ge-

gereicht, eine Binde nett anzulegen, nach den Regeln zu operiren, die Würkungen der äusserlichen Mittel und die zierliche Application derselben zu wissen, so bleiben Sie dennoch bey aller dieser mechanischen Fertigkeit im Finstern, wenn Sie nicht die verschiedene Natur oben bemeldter Krankheiten erkennen, ihren oft so sehr abwechselnden Sitz in dem siechen Körper nicht in Rücksicht nehmen, nicht schnell zu beurtheilen wissen, ob eine Abänderung des gefaßten Entschlusses nöthig sey oder nicht?

Wie wollen Sie aber abändern, wenn Sie nicht Ueberlegung gelernt haben? — Wie wollen Sie Ueberlegung lernen, wenn nicht ihr Kopf zum Denken, zum Schlüsse machen gewöhnt ist? —

Wodurch kann ihr Kopf am besten dazu gewöhnt werden, als durch Wissenschaften? Und welche Wissenschaften sind hiezu am allerschicklichsten, als Mathematik und Philosophie? Wenn Sie von beyden eben genannten Zweigen der Gelehrsamkeit keine weitere Vortheile, als die ich eben erwähnt habe, hätten, so wäre es schon genug Entschuldigung für mich, daß ich sie als Vorbereitungswissenschaften Ihrem Hauptstudio vorangesetzt habe. Aber, ich kann Ihnen, zumal von der Mathematik, noch mehrere Vortheile sagen, — Vortheile, die Ihnen gleich in die Augen fallen müssen; einiger für Sie dermalen minder einleuchtenden, aber dennoch wichtigen — nicht einmal zu gedenken! Ohne Rücksicht auf Ihr künftiges, häusliches Leben, worinn Ihnen die Mathematik Nutzen und Vergnügen schaffen kann, will ich diese Wissenschaft blos auf Ihr chirurgisches Studium anwenden. –

Wie wollen Sie die Composition eines äusserlichen Mittels, z. E. der Schmuckerischen kalten Fomentation, oder des Thedenschen Schußwassers im Kleinen selbst machen, oder aus der Apotheke verschreiben, wenn Sie nicht Rechenkunst, und besonders die Lehre von den Verhältnissen und Proportionen wissen?

Verstehen Sie den Sinn der Worte: "Pyramidenförmig, Kegelförmig, Tischförmig, schief, gerad, perpendicular, dreyeckigt, viereckigt, regulair, irregulair, parallel, Cylindrisch, Rautenförmig, Winkel, u. s. w. (Worte, die Sie so oft in der Anatomie hören!) ohne Geometrie?

Können Sie sich die wunderbaren Bewegungen in dem menschlichen Körper, vorzüglich die Art der Würkung der Muskeln auf Ihre Gliedmassen und Werkzeuge lebhaft genug vorstellen, und sind Sie im Stand, chirurgische Instrumen-

strumente und Maschinen geschickt zu beurtheilen, oder zu erfinden, oder erfundene zu andern, ohne die Grundsätze der Mechanik inne zu haben?

Wie wollen Sie sichs erklären, daß Ertrunkene im Anfang zu Boden sinken, und nach einigen Tägen in die Höhe steigen, — ja wie wollen Sie ein gesundes Urtheil fällen, wenn Sie künftig als geschworne Wundärzte von Ihrer Obrigkeit aufgefordert werden, durch die — zwar ungewisse, zweydeutige und das Gepräge der Untrüglichkeit nicht an der Stirne tragende, dem ungeachtet aber an manchen Orten noch gewöhnliche Lungenprobe im Wasser, (wovon ein andersmal nähere Bestimmung gegeben werden soll,) gerichtlich anzugeben, ob das neugebohrne Kind einer verdächtigen Dirne todt gebohren, oder getödtet worden sey, ohne die Regeln der Hydrostatik zu wissen?

Werden Sie wohl von den Eigenschaften der Luft, der Nothwendigkeit derselben zu den täglichen Bedürfnissen, von ihrer Würkung auf den menschlichen Körper, vorzüglich auf das Gehörorgan, ohne Aerometrie mehr wissen, als ein Taglöhner?

Können Sie sich von dem Herzen, das eine doppelte Maschine, ein Druckwerk am ähnlichsten vorstellt, oder von dem Ausspritzen des Bluts in eine unbeschreibliche Menge kleiner Adern, und von den Valveln, oder Ventilen der Blutadern, welche sich öfnen, wenn das Blut gegen das Herz hinfliest, hingegen verschliessen, wenn es von dem Herzen zurückgehen wollte, ohne die Grundwahrheiten der Hydraulik, schickliche Begriffe machen?

Wird Ihnen das wohlthätige Geschenk des Himmels, Ihr Aug, nicht noch mehr Stoff zur Anbetung des Schöpfers geben, wenn Sie aus der Optik, Catoptrik und Dioptrik von den Lichtstralen und von dem herrlichen Sinn des Sehens die nöthige Belehrung erhalten haben?

Ja, wie wollen Sie ohne die leztere Wissenschaft, ich menne die Dioptrik, Ihren künftigen am Gesicht geschwächten Kranken brauchbare Augengläser rathen, oder sie geschickt verbessern helfen?

Sollten Ihnen die angeführte Beweise noch keine befriedigende Ueberzeugung von der Nothwendigkeit der Mathe-

matik

matik bey dem chirurgischen Studio geben, so will ich sie mit Beweisen von einer andern Seite noch mehr unterstützen.

Daß Sie nicht Wundärzte werden können, wenn Sie nicht Anatomie verstehen, sehen Sie gewiß Alle ein. Was hilft Sie aber die Kenntniß der Theile ihres Körpers, wenn Sie nicht den Nutzen derselben wissen, der in der Physiologie vorgetragen wird?

Wie wollen Sie die Physiologie, oder die Lehre von der Natur des Menschen, hinlänglich verstehen, wenn Sie nicht die Physik, oder allgemeine Naturlehre, wovon jene ein Theil ist, gelernt haben? Physik aber ohne Mathematik, und angewandte Mathematik ohne reine Mathematik ist ein Bild ohne Leben.

Ist nun Ihr Verstand durch diejenige Theile der Mathematik, deren Nutzen ich nur berührt habe, geschärft worden, so sind Sie nicht nur zur Philosophie vorbereitet, sondern diese wird Ihren Verstand noch mehr aufklären, und Sie lehren, wie Sie Wahrheit finden, Irrthum vermeiden, und Ihren Willen bessern sollen.

Mit diesen beyden Wissenschaften vorbereitet führe ich Sie nun Ihrer künftigen Bestimmung näher, welche darinn besteht, die Gebrechen Ihrer Mitmenschen zu heilen.

Wollen Sie Ihr Haus nicht auf Sand bauen, so ist es unumgänglich nöthig, daß Sie sich um alle die angezeigten theoretischen und praktischen Wissenschaften, deren keine zu viel angegeben ist, bekümmern müssen.

Sie haben, so gut als der Arzt, die Natur zu studiren. Ehe Sie sich aber mit der Natur des Menschen beschäftigen können, müssen Sie sich die Kennzeichen und Eigenschaften der natürlichen Körper überhaupt durch die Naturgeschichte bekannt machen, um in den Stand zu kommen, aus der Naturlehre fassen zu können, was durch die Kräfte der natürlichen Körper möglich sey; und diese beiden Wissenschaften müssen in dem Unterricht vorangehen, ehe man Ihnen von der Mischung der Bestandtheile der natürlichen Körper aus der Chemie sagen darf, die ihren Nutzen auf die Physiologie, Pathologie und Heilkunde auf eine so merkwürdige Art verbreitet.

Mit

❦ ❦

Mit solchen vorläufigen und allgemeinen Naturkenntnissen bereichert, bekümmern Sie sich alsdenn um den Menschen; lernen Sie seine festen Theile aus der Anatomie, seine flüssigen aber aus der Hygrologie kennen, und studiren Sie seine ganze Geschichte in der Physiologie.

Wie leicht muß Ihnen nun, nach so mancherley Vorbereitungen und nach vorausgesetzter Kenntniß von dem Zustand eines gesunden Menschen der Uebergang zu der Lehre von dem Zustand eines kranken Menschen, zu der Pathologie, werden! Hier werden Sie aber nicht nur mit den Namen, Ursachen, Zufällen und Zeichen der Krankheiten, sondern auch mit der Heilung derselben bekannt gemacht. Diese Heilung geschicht, nebst einer guten Lebensordnung, durch Arzneien und chirurgische Handanlegung. Wollen Sie mit Arzneimitteln heilen, so ist Ihnen die chirurgische Arzneimittellehre zu wissen nöthig; da aber diese nicht nur aus dem Thier- und Mineralreich, wovon Ihnen die Naturgeschichte, Naturlehre, und Chemie das Nöthige sagt, sondern vorzüglich aus dem Pflanzenreich ihre Mittel entlehnt, so muß eine besondere Pflanzenkenntniß der Arzneimittellehre vorangesetzt werden. Bedarf Ihr Kranker Hülfe durch Verband oder Instrumente, so dörfen Sie in der Bandagen- und Instrumentenlehre kein Fremdling seyn. Haben Sie sich mit diesen chirurgischen Vorbereitungswissenschaften gewissenhaft, treu und fleissig bekannt gemacht, so schreiten Sie kühn zu den allgemeinen und besondern Lehren der praktischen Chirurgie, die ich Ihnen in meiner Ankündigung (Art. 14 — 29.) angezeigt habe.

Nach einem endlich für Sie so siegvoll ausfallenden Ende Ihres chirurgischen Laufs fangen Sie nun eine neue Epoque an! Bekümmern Sie sich um fremde und um eigene Erfahrungen. Fremde Erfahrungen erlangen Sie durch fleissiges Forschen in den Schriften bewährter Männer, also durch Bücherkenntniß, wozu Ihnen der andere Theil meiner Anleitung Stoff geben wird; Ihre eigene Erfahrungen werden sodann, wenn Sie jene recht zu benutzen wissen, durch glückliche Unternehmungen vor dem Bett Ihrer künftigen Kranken, mit Ruhm und Ehre gekrönt werden.

Aus dieser ganzen Kette von Wissenschaften sehen Sie, meine Herren, die Wichtigkeit Ihres Berufs. Lassen Sie ja den bequemen Gedanken: „Warum sollen wir denn so

viel

viel lernen? Kommt etwas wichtiges vor, so stehen wir ja unter der Leitung der Aerzte," nicht in sich aufkeimen! Nicht davon zu reden, daß nicht alle Aerzte sich um die Theorie der Wundarzneikunst bekümmern, noch viel weniger, practische Wundärzte sind und vermöge ihres eigenen wichtigen Berufs, innerliche Krankheiten zu heilen, nicht allemal seyn können, und wenn Sie es seyn könnten und seyn wollten, gewiß von Ihnen und Ihren Mitbrüdern heimlich oder öffentlich als unrechtmässige Besitzer Ihres vermeintlich rechtmässigen Monopoliums und Verdienstes angesehen würden, halte ich Ihnen, meine Herrn, nur so viel entgegen, daß der Staat keine Wund-Aerzte nöthig hat, wenn die Aerzte für Sie die Wund-Arzneikunst studiren sollen. —

Diß sind nun meine Gesinnungen, die ich Ihnen als Ihr Lehrer, zu entdecken für Pflicht hielte; ich erkenne es aber für eben so viel Pflicht, noch als Freund ein paar Worte mit Ihnen zu sprechen, Worte, die Ihr Herz und Ihr ganzes sittliches Betragen, vorzüglich auf Ihre künftige Tage betreffen.

Ihre zu erwerbende oder erworbene Kenntnisse werden den guten Eindruck auf das Herz Ihrer Mitbürger lange nicht so kräftig machen, wenn Sie nicht durch die Güte Ihres moralischen Characters den Werth derselben zu erhöhen gelernt haben.

Lernen Sie also vor allen Dingen Menschenliebe! In Ansehung der Hülfe, die Sie leisten sollen, sey Ihnen der Reiche, wie der Arme! Trachten Sie, allgemein nützlich zu seyn, allgemein Gutes zu thun! Nicht nur in tapezirte Zimmer, nein, auch in modernde Hütten Ihres dürftigsten Mitbruders müsse Ihr Fuß gern gehen, um Ihren mitleidigen Beystand daselbst zu verbreiten. Bey solchen Gesinnungen werden Sie zwar Ihre Kästen nicht füllen können, aber die göttliche Vorsicht wird Sie auch nicht darben lassen; mit süssem Bewustseyn Ihrer edlen Handlungen, mit frölicher Erinnerung an die von Ihnen erfüllte Pflichten werden Sie sich jeden Abend zur Ruhe legen, und mit Sehnsucht dem Morgen wieder entgegen sehen, um neue Beweise eines von Gott gestimmten menschenfreundlichen Herzens geben zu können. Eben dieser menschenfreundliche Character wird Sie auch vor der Seuche, die so manche angesteckt hat, bewährt gefundene Mittel als Geheimnisse für sich zu behalten, verwahren; Sie werden, wenn Sie in diesen Fall einst kommen sollten, sich nicht durch schändliche Gewinnsucht, nicht durch übertriebenen Stolz die Mine eines Mehrwissers anzunehmen, einer Sache verleiten lassen, die, wenn nicht gute

Be-

Beweggründe zur Geheimhaltung vorhanden sind, in ein Laster ausartet, gegen welches ich Ihnen einen ernstlichen Haß frühzeitig beybringen möchte.

Der Geiz, die Wurzel alles Uebels, komme nie in Ihre Seele!

Stehen Sie gegen die Eigenliebe auf der Hut! Je mehr Eigenliebe, je weniger wahres Verdienst; gefährlich ist es, sich von ihr leiten zu lassen, und seine Verdienste, wenn es nicht auf dem geraden Weg seyn kann, durch krumme Wege geltend zu machen.

Eigendünkel und Selbstgenügsamkeit seyen Ihnen gehäßige Eigenschaften! Lernen Sie den Werth oder Unwerth ihrer Kenntnisse, mit Unpartheylichkeit bestimmen, so werden Sie sich nie überheben, nie andere verachten, Ihre Kenntnisse in Rücksicht derer, die mehr, als Sie wissen, immer noch eingeschränkt, und Grund genug finden, von Andern zu lernen. Eher werde zu grosses Mißtrauen auf Ihre Kräfte, zu grosse Geringschäzung Ihrer selbst Ihr liebenswürdiger Fehler, als daß Sie durch eine erborgte Mine wichtiger Männer im Staat wider ihre Würde sündigen.

Gehen Sie mit Ihrem Nächsten überhaupt, mit Ihren künftigen Amtsbrüdern aber vorzüglich, aufrichtig und ohne Arglist um! Die Arglist geht mit dem Eigendünkel immer Hand in Hand, und arbeitet an dem Umsturz des guten Rufs Anderer.

Bey verwickelten Krankheiten setzen Sie die Pflicht nie aus den Augen, die Beihülfe eines Arztes zu suchen; es ist nicht Schande für Sie, wenn Sie diß thun, sondern es gereicht vielmehr Ihrem Herzen und Ihrem Verstand zur Ehre. Nur Stümper, Waghälse, und vom Wissen Aufgeblasene scheuen das Licht.

Schreiben Sie Ihre Erfahrungen auf. Lernen Sie aber solche mit Geist und Fähigkeit machen, prüfen Sie dieselbe nach den Regeln der Kunst, und alsdenn treten Sie damit im Publico auf.

Lassen Sie sich die bey nahe allgemeine Klage über die Wundärzte, daß sie hartherzige und rauhe Leute seyen, nie zu Schulden kommen.

Seyen Sie bey dem Leiden der Menschen nie fühllos, bey dem Winseln der Elenden nie taub! Unerschrocken sollen Sie seyn, herzhaft sollen Sie werden, aber ja nicht unbarmherzig, ja nicht grausam; und wenn Sie auch noch so viel Elend Ihrer Brüder sehen, so müsse sich bey jeder Plage des Tages neues mitleidiges Gefühl Ihres

Herzens bemächtigen. Auf solche Weise wird Rauhigkeit der Sitten ferne von Ihnen bleiben, und sanftes, edles der Menschheit Ehre machendes Betragen Ihre Person, Ihr Amt und Ihre Wissenschaft verehrungswürdig machen. Wenn Sie eine Anlage zu diesem herrlichen Geschenke des Mitleids fühlen, (und ich habe das gute Zutrauen, daß sie ein jeder unter Ihnen, troz aller entgegengesetzten Erziehungsfehler, fühlen werde,) so nähren Sie diese Anlage in sich selbst.

Leutseligkeit, Gedult, Biegsamkeit, Verschwiegenheit, und Bescheidenheit seyen Ihre Begleiter; denn ein ungesittetes, mürrisches, ungedultiges, steifes, schwazhaftes und ruhmrediges Betragen hat schon soviele Ihrer Kunstverwandten nicht nur bey Kranken von feinen Sitten, sondern auch bey der niedrigen Classe von Menschen unangenehm und verhaßt gemacht. Ich rüge diese Fehler nicht, als ob ich sie an Ihnen, meine Freunde, bemerkte, nein, ich glaube von Allen das Gegentheil sagen und behaupten zu können, aber verwahren möcht ich Sie, damit Sie in Zukunft nicht darein fallen.

Gehen Sie ja nicht von einem Haus in das andere, um Ihre Thaten vor dem Krankenbett zu erzählen, um vor den Leuten zu scheinen, oder gar Ihre Mitbrüder dadurch herunter zu sezen; denn der Mann von Erziehung findet Sie, wenn Sie diß thun, als Menschen ohne Sitten, und der Mann von Verstand als Menschen ohne Verdienst; Verdienst aber ist nicht ruhmredig. Der Mann von ächter Wissenschaft wendet sie ohne Pralerei an, und bekommt nur alsdann eine beredte Zunge, wenn seichte Köpfe ihm den Ruhm von tieferer Einsicht streitig machen wollen.

Suchen Sie nicht Gunst bey Menschen durch ein kriechendes Betragen, denn es ist die Eigenschaft einer sclavischen Seele. Wollen Ihre künftige Kranke Ihren Vorschlägen nicht gleich Gehör geben, so lassen Sie sich vom Zorn nicht hinreissen; Beharrlichkeit auf dem einmal nach dem besten Wissen und Gewissen gefaßten Entschluß, und Sanftmuth können Sie doch noch zum Ziel Ihrer Wünsche bringen. Klugheit sey die Gefährtin Ihres Lebens, und diese wenden Sie bey allen Ihren Unternehmungen, vorzüglich aber da an, wo man Sie mit Undank, oder nicht nach Würden belohnt, wo man Mißtrauen in Ihre Kenntnisse, oder in Ihre Redlichkeit sezt, wo man Sie beschuldigt, daß Sie Gewinns halber die Krankheit in die Länge zögen, wo neben Ihnen alte Weiber oder Scharfrichter gefragt werden; in allen solchen und andern ähnlichen Fällen unterdrücken Sie Ihre Empfindlichkeit, überwinden Sie die Leidenschaft, bezwingen Sie Ihr Temperament.

Suchen

Suchen unheilbare Kranke Ihren Beistand, so versagen Sie solchen nicht, ob es gleich der täglichen Erfahrung gemäß ist, daß der Arzt und Wundarzt nach dem Tode eines Menschen, dessen Krankheit unvermeidlich tödtlich war, einen Theil der Schuld tragen müssen, und sollte es auch nur durch Blicke und das Betragen der Umstehenden geschehen, worinn man den Vorwurf lesen muß, daß man mit aller seiner Kunst den Kranken doch nicht habe retten können. So sehr es aber Ihre Pflicht ist, solche Kranke anzunehmen und ihr Elend zu lindern, so sehr ist es auch Ihre Pflicht, in gefährlichen, doch nicht schlechtweg unheilbaren Uebeln, den Verwandten des Kranken die Schwierigkeit der Heilung und die Gefahr des Kranken anzuzeigen, damit man Sie, im Fall die Krankheit stärker wäre, als die Kunst, nicht des Betrugs oder der Unwissenheit beschuldigen könne.

Stellen Sie überhaupt eine Krankheit nie ärger vor, als sie ist; denn Marktschreier, Quacksalber, und Männer, die sich auf Nebenwegen in den Ruf bringen wollen, thun solches.

Versprechen Sie nie, auf eine gewisse, bestimmte Zeit die Krankheit zu heilen, denn es können Zufälle kommen, die Sie unmöglich haben voraussehen können, die Sie an der Heilung hindern.

Nur die genaueste Kenntniß des Characters Ihres Kranken muß Sie bestimmen, ob Sie ihm Furcht oder Hofnung einzuflössen haben, ob sie durch diese oder jene mehr über ihn vermögen; aber Klugheit muß hier immer von der Rechtschaffenheit begleitet werden.

Denken Sie, daß die erste Visite bey einem Kranken immer die wichtigste sey; denn ist der erste Zuschnitt verdorben, so sind die Folgen auf die ganze Krankheit traurig, ja auch bey dem ersten Besuch eines Kranken, den Sie nie gekannt haben, müssen Sie schon Ihre Maasregeln in Ansehung der Denkungsart desselben und der Umstehenden nehmen.

Menschenkenntniß also, und Scharfsinn, die Gemüther bald zu erforschen, und mit Wahrscheinlichkeit auf die Gesinnungen derjenigen zu schliessen, die sich Ihrer Sorge anvertrauen wollen, ist Ihnen unentbehrlich.

Daß Wundärzte, deren Geschäfte ohnehin grossentheils das Gepräge der Unsauberkeit an sich tragen, sich um so mehr der Reinlichkeit befleissigen, und nie eine Ehre darinn suchen sollen, schmuzig zu seyn, wissen Sie ohne mich, und fast könnte es Beleidigung seyn, diesen Punkt zu berühren.

Hüten Sie sich vor dem Laster der Trunkenheit, es sezt den Menschen unter das Vieh herab. Aerzte und Wund-Aerzte müssen Ihrer Sinne vorzüglich Meister seyn, weil Sie weder bey Tag noch Nacht wissen können, wenn Kranke ihrer Hülfe bedürfen. Müssen nicht solche Hülfsbedürftige vor dem Anblick eines trunkenen Mannes erschrecken, vor seinem Recept zittern, und den Tod in den Töpfen zum Voraus vermuthen? Und was hat nicht die Trunkenheit für unangenehme Folgen im gesellschaftlichen Leben, wo es nur gar zu oft zu unnützen Wortwechseln, oder zum würklichen Handgemenge kommt! Wie reimen sich aber solche Dinge zu einem Geschäfte, das gros und edel ist, zu einem Mann, der eine erhabene Denkungsart, und edle Sitten an sich tragen soll? Erinnern Sie sich alle Tage Ihrer Bestimmung, und thun Sie diß, so wird Ihnen jede Viertelstunde kostbar seyn, Ihrem künftigen Beruf würdiglich entgegen zu wandlen; ja Sie werden die Zeit für verloren achten, die Sie durch allzugrossen Hang zum Spiel und andern Vergnügen verschwenden sollen.

Nur noch eine Ermahnung! — Waffnen Sie sich, lieben Freunde! wider das herrschende Gift der Befleckung; — — dann die Sünde ruhet vor der Thüre.

Was ich gesagt habe, hab ich als Freund meinen Freunden gesagt.

Wer aber überdiß noch Ohren hat zu hören, der höre!

Verbesserungen:

Man lese: o von 3, (S. 23. Zeile 10;) eigentlicher, ächter, wahrer Bruch, (S. 36. Z. 8;) $\frac{6}{8} : \frac{2}{2}$, (S. 38. Z. 15;) $\frac{6}{18} : \frac{3}{3}$, (S. 39. Z. 11;) nemlich 3, (S. 63. Z. 27;) a $\frac{2}{11}$ fl. (S. 73. unterhalb C.) F muß an dem Umfang des kleinen Cirkels, K gegen über, nach aussen zu stehen, (S. 100. Z. 28. Tab. 2. Fig. 26.) G gehört an den Endpunct unterhalb C, (S. 108. Z. 26. Tab. 2. F. 39.) GB u. HD, (S. 112. Z. 28.) $179^{\circ}.\ 59'.\ 60''$. (S. 118. Z. 15.) MEG, (S. 128. Z. 25.) ak = KQ, (S. 132. Z. 16.) m ✕ Bb, (S. 133. Z. 7. 11.) AD : DB, (S. 134. Z. 12.) fünfhundert vier und dreißigtausend siebenhundert und neun und achzig Scrupel, (S. 140. Z. 10.) die erste Proportion 2c. ist §. 315. bereits enthalten, (S. 317. Z. 25.)

Hier ist noch anzumerken, daß das Zeichen der Congruenz ohne Durchschnitt seyn müsse, S. 17. Z 20.); und daß eine von den drey Quadratwurzeln nemlich 173205 auszustreichen sey. (S. 51. Z. 32.)

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Kohlhaas, Johann Jacob, 1747-1811

Anleitung zur Bildung ächter Wundärzte

Bd.: 1 [= 1. Theil, 1. Bd.]

Regensburg 1784

Regensburg, Staatliche Bibliothek -- 999/Med.180(1/4
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11105931-7
VD18 80132421-001